

注 意 事 項

1. 開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけない。
2. 開始の合図の後、解答にかかる前に、まず、問題冊子が4ページからなっていることを確認すること。
3. 問題 **1**、**2**、**3** は共通問題、**4**、**5** は選択問題である。
共通問題はすべて解答せよ。選択問題は、**4**、**5** のいずれか1題を選択し解答せよ。
選択した問題番号を解答冊子第9ページの問題番号欄に記入すること。問題番号の記入に不備がある場合は採点されないことがある。
4. 試験中に印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および汚れなどに気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせよ。
5. 解答は解答冊子のそれぞれの問題に対応する欄に記せ。
6. 解答冊子は持ち帰ってはいけない。
7. この問題冊子は持ち帰ること。

共通問題

1 OA = 5, OB = 4, $\angle AOB = 60^\circ$ である $\triangle OAB$ において, 辺 OA を 1:2 に内分する点を C, 辺 OB を 2:1 に内分する点を D とする。また, 直線 AD と直線 BC の交点を P とし, $\triangle OAB$ の垂心を H とする。 $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$ とするとき, 以下の問いに答えよ。

- (1) \vec{OP} を \vec{a} , \vec{b} を用いて表せ。
- (2) \vec{OH} を \vec{a} , \vec{b} を用いて表せ。
- (3) $\triangle OAB$ の重心を G とするとき, 3 点 G, H, P は一直線上にあることを示し, GH : HP を求めよ。

2 1 から 4 までの番号を 1 つずつ記した 4 枚のカードが袋に入っている。袋からカードを 1 枚取り出し, 番号を確認して袋に戻す操作を 5 回行う。 k 回目に出た番号を a_k とし, さらに $x_0, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5$ を次の規則で定める。

$$\text{(規則)} \quad x_0 = 0, \quad x_k = \begin{cases} x_{k-1} + a_k & (a_k \text{ が偶数のとき}) \\ x_{k-1} \cdot a_k & (a_k \text{ が奇数のとき}) \end{cases} \quad (k = 1, 2, 3, 4, 5)$$

例えば, $a_1 = 3, a_2 = 1, a_3 = 2, a_4 = 1, a_5 = 4$ のとき, $x_0 = 0, x_1 = 0, x_2 = 0, x_3 = 2, x_4 = 2, x_5 = 6$ である。以下の問いに答えよ。

- (1) $x_5 = 0$ である確率を求めよ。
- (2) $x_5 = 2$ である確率を求めよ。
- (3) $x_5 = 2$ であるとき, $x_2 = 2$ である条件付き確率を求めよ。
- (4) $x_5 = 4$ である確率を求めよ。

3 $f(x) = 16 \cdot 9^x - 4 \cdot 3^{x+2} - 3^{-x+2} + 9^{-x}$ とし, $t = 4 \cdot 3^x + 3^{-x}$ とおくと, 以下の問いに答えよ。

- (1) t の最小値とそのときの x の値を求めよ。
- (2) $f(x)$ を t の式で表せ。
- (3) x の方程式 $f(x) = k$ の相異なる実数解の個数が 3 個であるとき, 定数 k の値と, 3 つの実数解を求めよ。

選択問題 4 または 5 のいずれか 1 題を選択し解答しなさい。

4 関数 $f(x) = (\log x)^2$ について, 以下の問いに答えよ。

- (1) $f(x)$ の極値およびそのときの x の値を求めよ。
- (2) 不定積分 $\int f(x) dx$ を求めよ。
- (3) 曲線 $y = f(x)$ と直線 $y = 4$ で囲まれた図形の面積 S を求めよ。

5 自然数 n に対して,

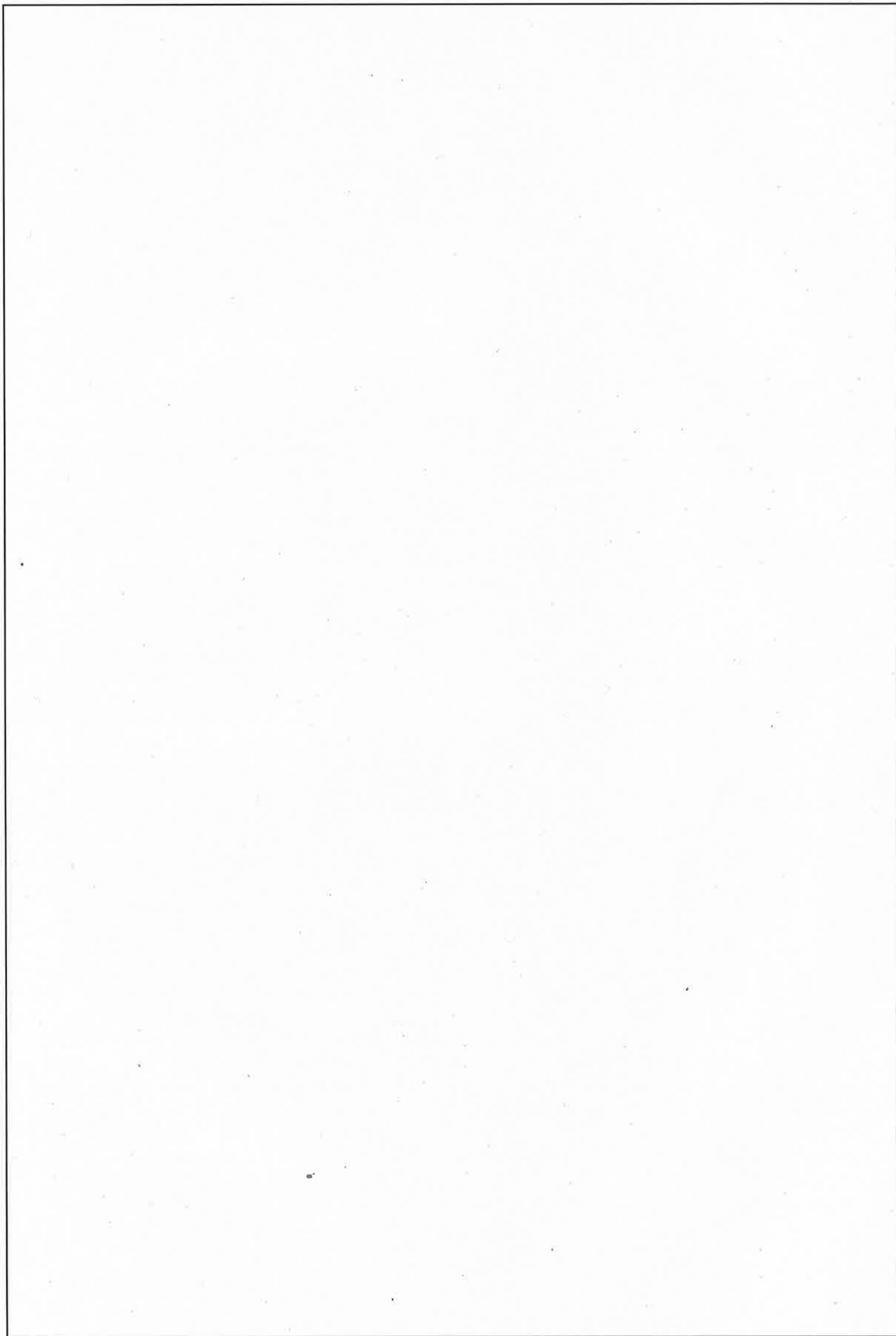
$$S_n = \sum_{k=1}^n \frac{{}^{n-1}C_{k-1}}{k} = {}^{n-1}C_0 + \frac{{}^{n-1}C_1}{2} + \dots + \frac{{}^{n-1}C_{n-1}}{n},$$

$$T_n = \sum_{k=1}^n \frac{{}^n C_k}{k} = {}^n C_1 + \frac{{}^n C_2}{2} + \dots + \frac{{}^n C_n}{n}$$

とおく。ただし, ${}_0C_0 = 1$ とする。このとき, 以下の問いに答えよ。

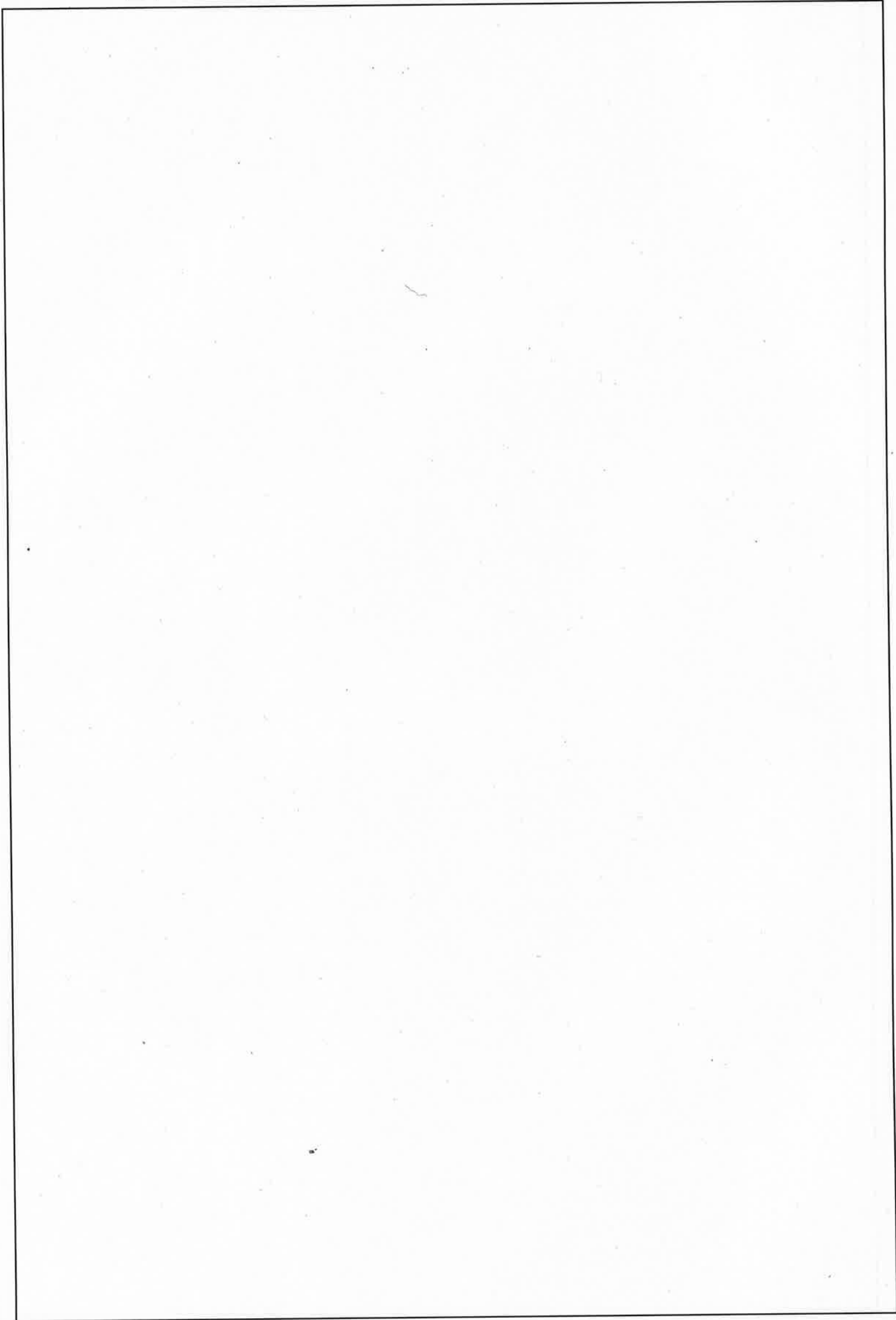
- (1) S_2 と T_2 を求めよ。
- (2) $k = 1, \dots, n$ に対して, $n \cdot {}^{n-1}C_{k-1} = k \cdot {}^n C_k$ を示せ。
- (3) $S_n = \frac{2^n - 1}{n}$ を示せ。
- (4) $T_n = S_1 + S_2 + \dots + S_n$ を示せ。必要ならば, 等式 ${}^n C_k = {}^{n-1}C_k + {}^{n-1}C_{k-1}$ ($n \geq 2, k = 1, 2, \dots, n-1$) を用いてよい。

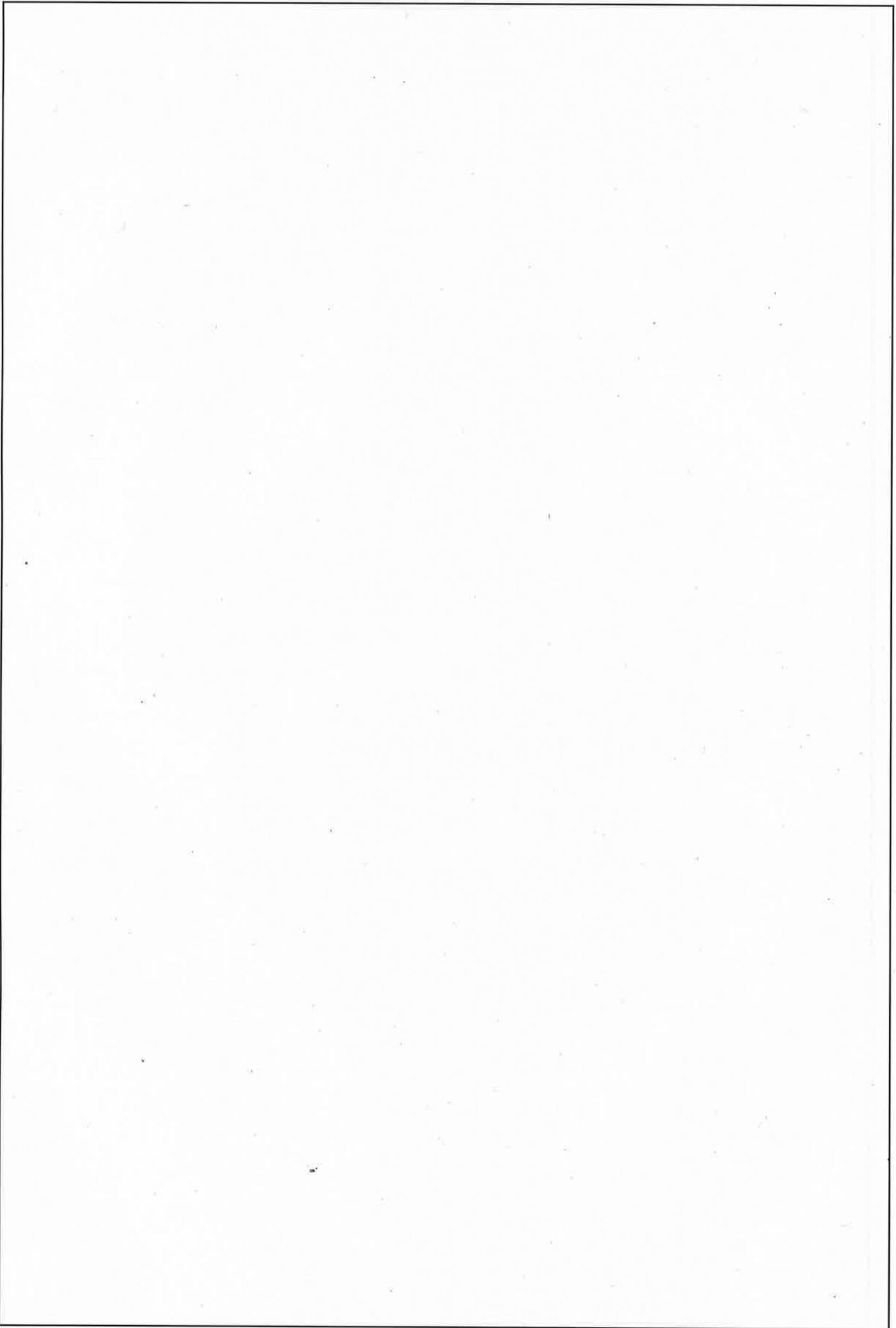
共通問題 1



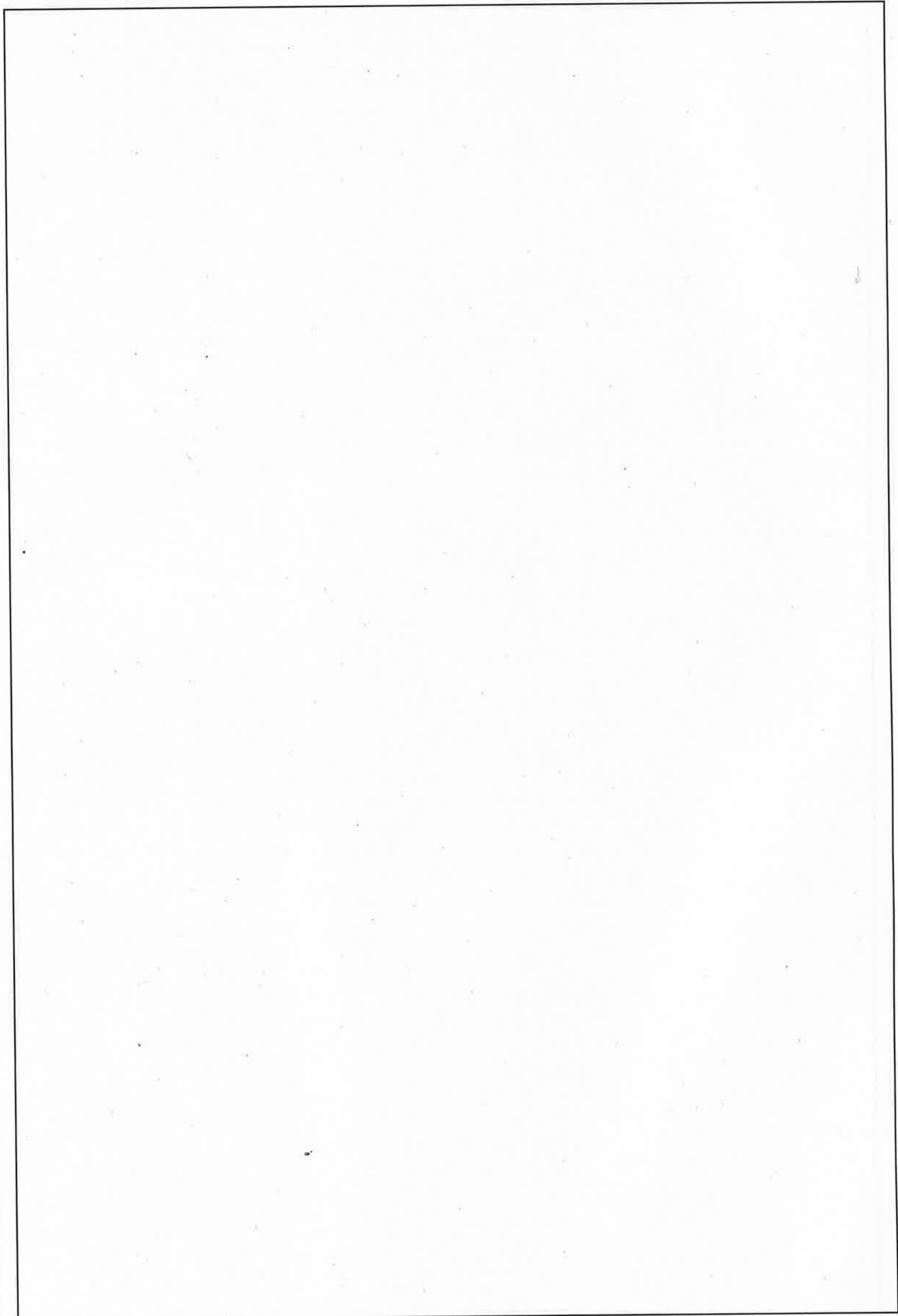
A large empty rectangular box with a thin black border, occupying most of the page. It is intended for the student to write their answers to the problem.

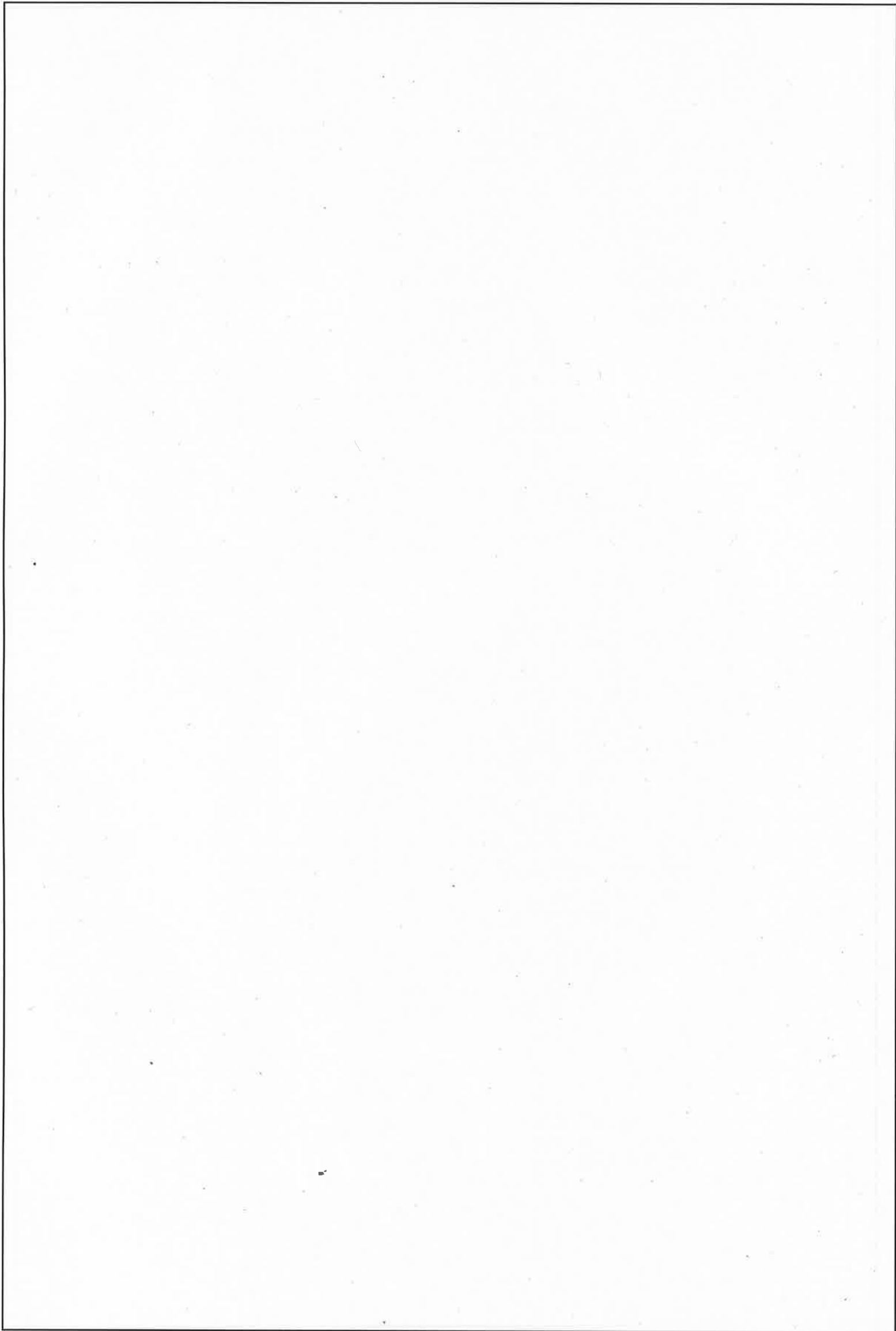
共通問題 2





共通問題 3





選択問題

問題

(4, 5)のいずれかの問題番号を選択し記入せよ)

[Empty answer area for the selection problem]