

令和4年度入学者選抜
学力検査問題冊子
(前期日程)

数 学
問 題 冊 子

(工学部)

注 意 事 項

1. 開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけない。
2. 開始の合図の後、解答にかかる前に、まず、問題冊子が4ページからなっていることを確認すること。
3. 問題は全部で4問ある。
4. 試験中に印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および汚れなどに気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
5. 解答は解答冊子のそれぞれの問題に対応する欄の中に記入しなさい。
6. 解答冊子は持ち帰ってはいけない。
7. この問題冊子は持ち帰ること。

1 次の条件によって定められる2つの数列 $\{x_n\}$, $\{y_n\}$ がある。

$$\begin{cases} x_1 = 1 \\ y_1 = 0 \end{cases}, \quad \begin{cases} x_{n+1} = ax_n - by_n \\ y_{n+1} = bx_n + ay_n \end{cases} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

ただし, a, b は, $a^2 + b^2 = 1$ を満たす実数とする。このとき, 以下の問いに答えよ。

- (1) すべての自然数 n について $x_n^2 + y_n^2 = 1$ が成り立つことを証明せよ。
- (2) $x_4 = x_1$ が成り立つ実数の組 (a, b) をすべて求めよ。
- (3) (2) で求めた実数の組 (a, b) のうち $b > 0$ を満たす (a, b) に対し, $\{y_n\}$ の第1234項 y_{1234} を求めよ。

2 2つの関数 $f(x) = \frac{a}{x}$ と $g(x) = \frac{\log(bx)}{x}$ について, 曲線 $y = g(x)$ と x 軸との交点の x 座標を p , 2曲線 $y = f(x)$ と $y = g(x)$ の交点の x 座標を q とおく。ただし, a, b は正の実数とする。このとき, 以下の問いに答えよ。

- (1) p, q を求めよ。
- (2) 関数 $g(x)$ の極値を求めよ。また, 曲線 $y = g(x)$ の変曲点を求めよ。
- (3) 曲線 $y = f(x)$ と x 軸および2直線 $x = p, x = q$ とで囲まれる部分の面積を S_1 , 曲線 $y = g(x)$ と x 軸および直線 $x = q$ とで囲まれる部分の面積を S_2 とする。このとき, $\frac{S_1}{S_2}$ を求めよ。

3 xy 平面上を移動する点 P を考える。最初, P は原点 $(0, 0)$ にあり, 次の2つの規則に従って6回移動する。

規則1: P が直線 $y = 2$ 上にないときは, 確率 p で x 軸方向に $+1$ だけ移動し, 確率 $1 - p$ で y 軸方向に $+1$ だけ移動する。ただし, $0 < p < 1$ とする。

規則2: P が直線 $y = 2$ 上にあるときは, 確率 1 で x 軸方向に $+1$ だけ移動する。

例えば, P が点 $(3, 1)$ にあるときは, 確率 p で点 $(4, 1)$ に移動し, 確率 $1 - p$ で点 $(3, 2)$ に移動する。また, P が点 $(2, 2)$ にあるときは, 確率 1 で点 $(3, 2)$ に移動する。このとき, 以下の問いに答えよ。

- (1) P が点 $(5, 1)$ に到達する確率を求めよ。
- (2) P が点 $(4, 2)$ に到達する確率を求めよ。
- (3) P が点 $(4, 2)$ に到達したとき, 点 $(3, 1)$ を通過していた条件付き確率を求めよ。

4 空間内に1辺の長さが1の正四面体 $OABC$ がある。 $\triangle OAC$ の重心を G とし, 点 G と点 B の中点を D とおく。2点 A, B を通る直線を m とし, 2点 O, C を通る直線を n とする。空間内で $\overrightarrow{OP} = \overrightarrow{OD} + x\overrightarrow{OC}$ ($0 \leq x \leq 1$) で与えられる点を P とおく。点 P を通り, 直線 m, n の両方に交わる直線を l とし, 直線 l と m との交点を M , 直線 l と n との交点を N とする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{OB} = \vec{b}, \overrightarrow{OC} = \vec{c}$ と表すとき, 以下の問いに答えよ。

- (1) \overrightarrow{OD} を $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ で表せ。
- (2) \overrightarrow{OM} と \overrightarrow{ON} をそれぞれ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, x$ で表せ。
- (3) x が $0 \leq x \leq 1$ の範囲を動くとき, 線分 MN が動いてできる図形の面積 S を求めよ。

1 のつづき

(1)

(2)

(3)

得点 1

2 のつぎ

(1)

(2)

(3)

得点 2

(10ページ中の第6ページ)

前期日程数学

◇ENMA(221-A)

3 のつづき

(1)

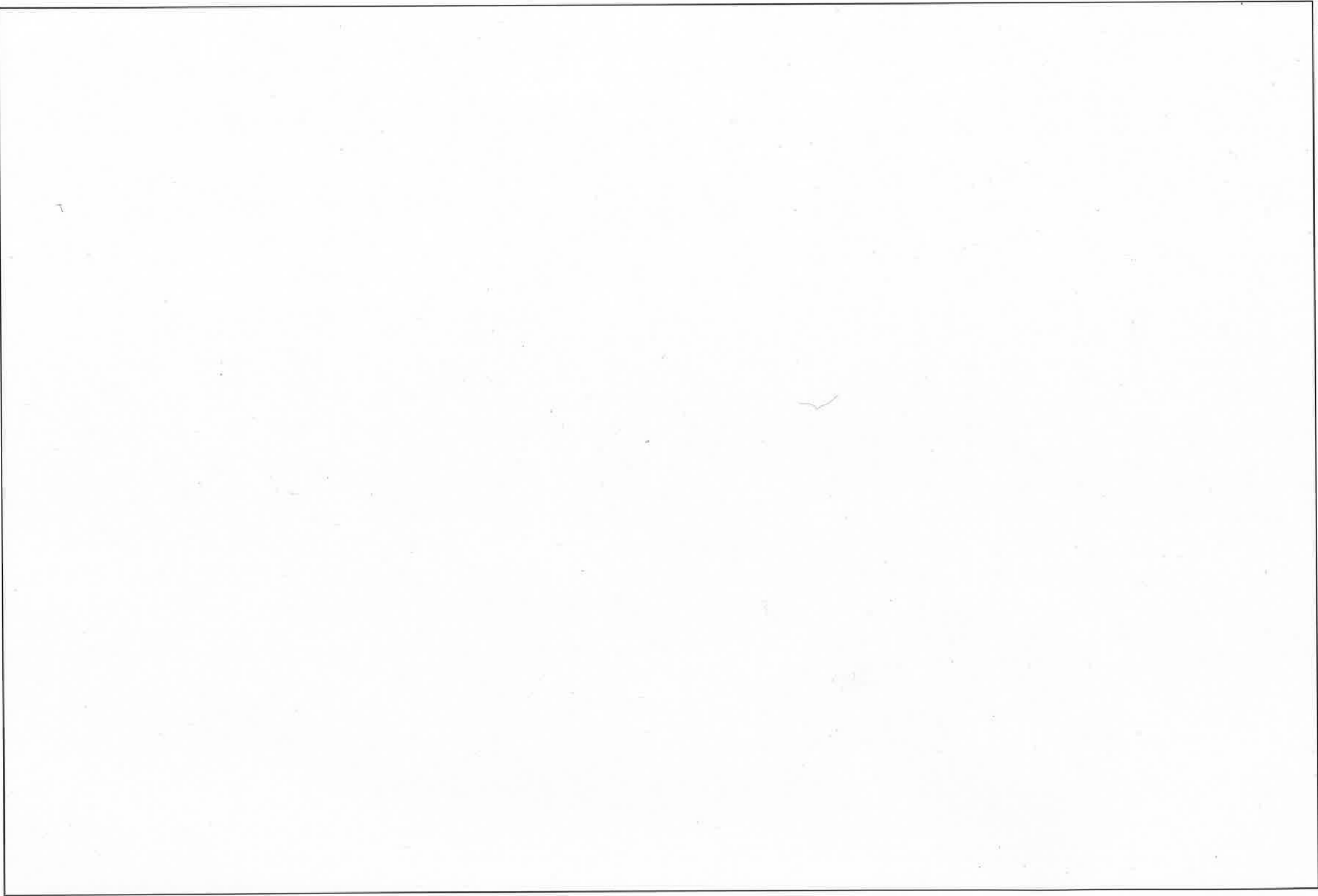
(2)

(3)

得点

3

(This area is intentionally left blank for student answers.)



4 のつづき

(1)

(2)

(3)

得点 4

(10 ページ中の第 10 ページ)

前期日程数学

◇EM/A(221-A)