

数 学
問 題 冊 子

(工学部)

注 意 事 項

1. 開始の合図があるまで，この問題冊子を開いてはいけない。
2. 開始の合図の後，解答にかかる前に，まず，問題冊子が 4 ページからなっていることを確認すること。
3. 問題は全部で 4 問ある。
4. 試験中に印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および汚れなどに気付いた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。
5. 解答は解答冊子のそれぞれの問題に対応する欄の中に記入しなさい。
6. 解答冊子は持ち帰ってはいけない。
7. この問題冊子は持ち帰ること。

1 次の条件によって定められる数列 $\{a_n\}$ がある。

$$a_1 = 10, \quad a_{n+1} = \frac{10a_n + 4}{a_n + 10} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

また、数列 $\{b_n\}$ を $b_n = \frac{a_n - 2}{a_n + 2}$ により定める。以下の問いに答えよ。

- (1) b_{n+1} を b_n を用いて表せ。
- (2) 数列 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。また、数列 $\{a_n\}$ の一般項を求めよ。
- (3) $a_n < 2.05$ を満たす最小の自然数 n を求めよ。ただし必要なら $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ として用いてもよい。

2 さいころを 2 回投げ、1 回目に出た目を a 、2 回目に出た目を b とする。

$$X = \log_2 a + \log_2 b - \log_2(a + b)$$

と定めるとき、以下の問いに答えよ。

- (1) $X = -1$ となる確率を求めよ。
- (2) $X = 1$ となる確率を求めよ。
- (3) X が整数となったとき、 $X = 1$ である確率を求めよ。

3 四面体 OABC は $OA = OC = 1$, $\angle OBA = \angle ABC = 90^\circ$, $\angle AOB = 45^\circ$, $\angle BOC = 30^\circ$ を満たすとする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とおくとき、以下の問いに答えよ。

- (1) 辺 OB の長さを求めよ。
- (2) 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$, $\vec{b} \cdot \vec{c}$, $\vec{c} \cdot \vec{a}$ を求めよ。
- (3) 点 B から平面 OAC に下ろした垂線を BH とする。 $\overrightarrow{OH}$ を $\vec{a}$, $\vec{c}$ を用いて表せ。

4 $f(t) = 2e^t - e^{2t}$, $g(t) = te^t$ とし、 $f(t)$ が極大となる t の値を α , $f(t) = 0$ となる t の値を β とする。 xy 平面上の曲線 C を $x = f(t)$, $y = g(t)$ ($\alpha \leq t \leq \beta$) で与える。以下の問いに答えよ。

- (1) α と β の値を求めよ。
- (2) $\alpha < t < \beta$ の範囲で、 $\frac{dy}{dx}$ を t の関数として表せ。
- (3) 曲線 C と x 軸および y 軸で囲まれた図形の面積を求めよ。



数 学
解 答 冊 子

注 意 事 項

1. 開始の合図があるまで、この解答冊子を開いてはいけません。
2. 開始の合図の後、解答にかかると前に、まず、解答冊子が 10 ページからなっていることを確認すること。
3. 試験中に印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および汚れなどに気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせ下さい。
4. 開始の合図の後、受験番号をこの表紙の左側の受験番号欄に記入して下さい。
5. この解答冊子は、ばらばらにしてはいけません。
6. 解答は指定された解答欄に記入すること。その際、解答欄の番号を間違えないように注意すること。
7. 空白ページは自由に使用してよい。
8. この解答冊子は持ち帰ってはいけません。
9. 各解答欄に書ききれない場合は、この解答冊子の後半部分の空白のページに、該当する問題番号を明記の上、解答を記入して下さい。ただし、正規の解答欄にも「後半の空白ページに続く」と明記すること。

中央試験会

	1	2	3	4	総 計
得 点					

1 のつづき

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

得点	1
----	---

2 のつづき

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

得点	2
----	---

(10 ページ中の第 6 ページ)

3 のつづき

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

得点	3
----	---

--

4 のつづき

(1)	(2)	(3)
-----	-----	-----

得点	4
----	---

--