

令和5年度入学者選抜
学力検査問題冊子
(後期日程)

数 学
問 題 冊 子

(工学部)

注 意 事 項

- 1. 開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけない。
- 2. 開始の合図の後、解答にかかる前に、まず、問題冊子が4ページからなっていることを確認すること。
- 3. 問題は全部で4問ある。
- 4. 試験中に印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および汚れなどに気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 5. 解答は解答冊子のそれぞれの問題に対応する欄の中に記入しなさい。
- 6. 解答冊子は持ち帰ってはいけない。
- 7. この問題冊子は持ち帰ること。

1 以下の各問にそれぞれ答えよ。

(1) 次の極限值 S を求めよ。

$$S = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{k}{k^2 + n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{1+n^2} + \frac{2}{4+n^2} + \cdots + \frac{n}{n^2+n^2} \right)$$

(2) 点 O を原点とする xy 平面上に点 $A(2, 0)$ がある。点 O を中心として左回りに A を θ ラジアン回転した点を B とする。ただし、 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ とする。点 A を直線 OB に関して対称移動した点を C とし、点 B を直線 OA に関して対称移動した点を D とする。 T を三角形 OCD の面積とする。ただし、3 点 O, C, D が同一直線上にあるときは、 $T = 0$ とする。 T が最大になる θ の値を求めよ。

2 以下の各問にそれぞれ答えよ。

(1) n を正の整数とする。 $(1+x)^n = \sum_{k=0}^n {}_nC_k x^k = {}_nC_0 x^0 + \cdots + {}_nC_n x^n$ であることを用いて、次の等式を証明せよ。

$$\frac{3^{n+1} - 1}{n+1} = \sum_{k=0}^n \frac{{}_nC_k}{k+1} 2^{k+1}$$

(2) xy 平面上の動点 P の時刻 t における座標が $(x, y) = (t - \sin t, 1 - \cos t)$ であるとし、時刻 t における動点 P の速さを $v(t)$ とおく。 $t > 0$ において $v(t) = 0$ となる最小の t を t_1 とし、時刻 $t = 0$ から $t = t_1$ まで動点 P が移動した道のりを L とおく。 L の値を求めよ。

3 2 つの数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ があり、次の漸化式を満たすとする ($n = 1, 2, 3, \dots$)。

$$\begin{cases} a_{n+1} = (1-s)a_n + t b_n \\ b_{n+1} = s a_n + (1-t)b_n \end{cases}$$

ただし、 s, t は実数の定数であり、 $s+t \neq 0$ とする。また、 $a_1 = b_1 = \frac{1}{2}$ とする。さらに、 $c_n = a_n + b_n$, $d_n = s a_n - t b_n$ とおく ($n = 1, 2, 3, \dots$)。以下の問いに答えよ。

(1) c_{n+1}, d_{n+1} を c_n, d_n を用いて表せ。

(2) 2 つの数列 $\{c_n\}, \{d_n\}$ の一般項を求めよ。

(3) 2 つの数列 $\{a_n\}, \{b_n\}$ の一般項を求めよ。

4 空間内に平面 α がある。 α 上に、点 O_1 を中心とする半径 1 の円 C_1 があり、 C_1 上の 2 点 A, B は、弦 AB が点 O_1 を通るものとする。点 F は、直線 BF が α に垂直で、線分 BF の長さが 2 であるものとする。今、線分 AB 上に点 O_2 をとり、線分 AO_2 の長さを t とおく。ただし、 $0 < t \leq 1$ とする。 C_1 の 2 点 X, X' は、弦 XX' が点 O_2 を通り、直線 AB に直交するものとする。点 Y は、線分 AF 上にあり、直線 O_2Y が直線 BF に平行であるものとする。3 点 X, X', Y を通る平面を β とおく。 β 上の 2 点 X, X' を通り、 Y を頂点とする放物線を C_2 とおく。 β 上で、 C_2 と線分 XX' で囲まれた領域を D とおく。以下の問いに答えよ。

(1) 平面 β 上の各点の (x, y) 座標を、 O_2 を原点 $(0, 0)$ とし、半直線 O_2X を x 軸の正の部分とし、半直線 O_2Y を y 軸の正の部分として定めるとき、放物線 C_2 の方程式を x, y, t を用いて表せ。

(2) D の面積を M とおく。 M を t を用いて表せ。

(3) O_2 が A から O_1 まで移動するとき D が通過してできる立体の体積を V とおく。 V の値を求めよ。ただし、 $t = 0$ のとき、 $M = 0$ とおく。

数 学
解 答 冊 子

(工学部)



注 意 事 項

1. 開始の合図があるまで、この解答冊子を開いてはいけません。
2. 開始の合図の後、解答にかかる前に、まず、解答冊子の印刷部分が10ページからなっていることを確認すること。
3. 試験中に印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および汚れなどに気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
4. 開始の合図の後、受験番号をこの表紙の左側の受験番号欄に記入しなさい。
5. この解答冊子はばらばらにしてはいけません。
6. 解答は指定された解答欄に記入すること。その際、解答欄の番号を間違えないように注意すること。
7. 空白ページは自由に使用してよい。ただし、第1ページの裏、および、第2ページへの記入事項は採点されない。
8. この解答冊子は持ち帰ってはいけません。
9. 各解答欄に書ききれない場合は、この解答冊子の第10ページより後ろの空白のページに、該当する問題番号を明記の上、解答を記入しなさい。ただし、正規の解答欄にも「後半の空白ページに続く」と明記すること。

受験番号

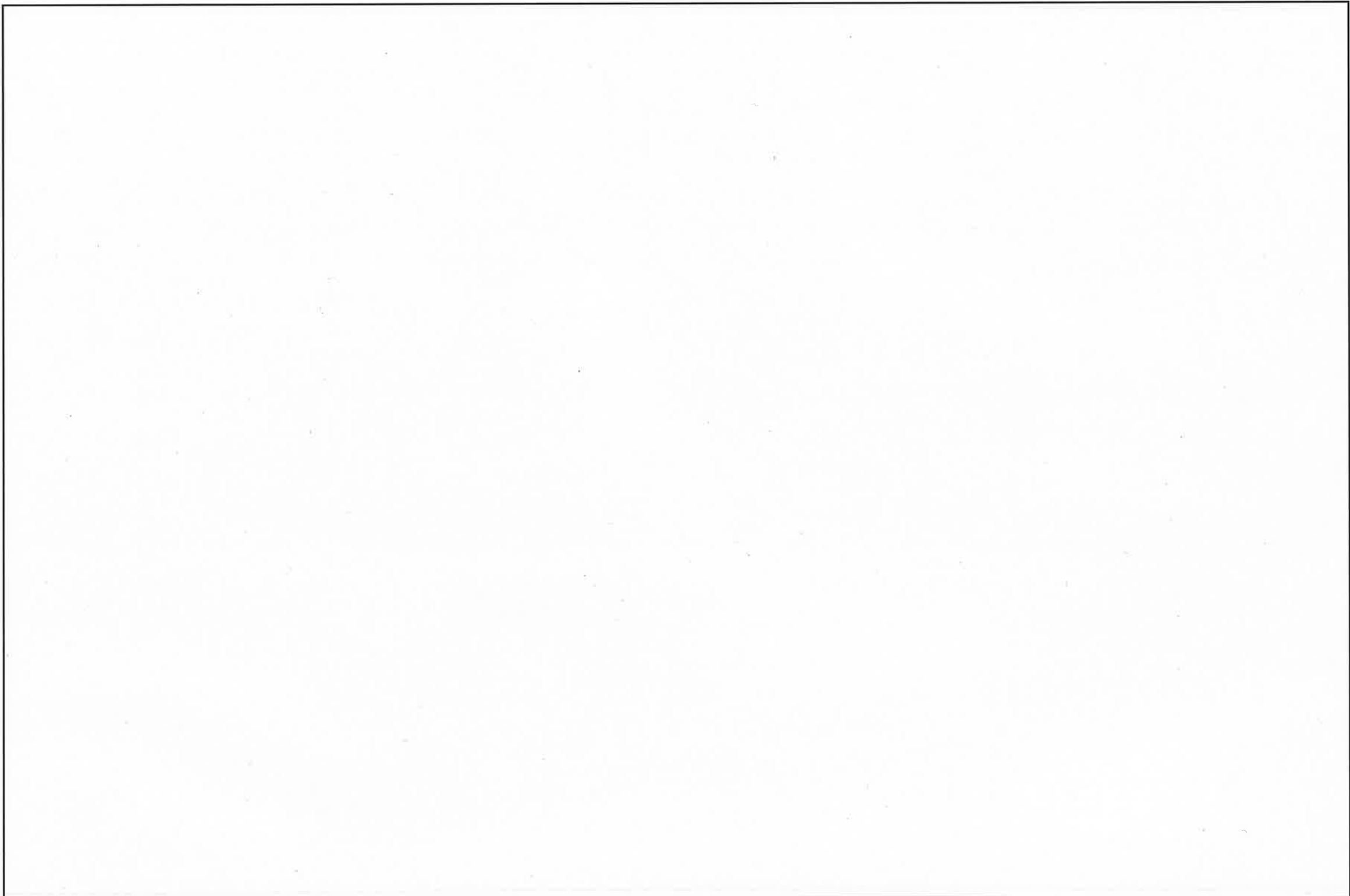
	1	2	3	4	総 計
得 点					

1 のつづき

(1)

(2)

得点 1

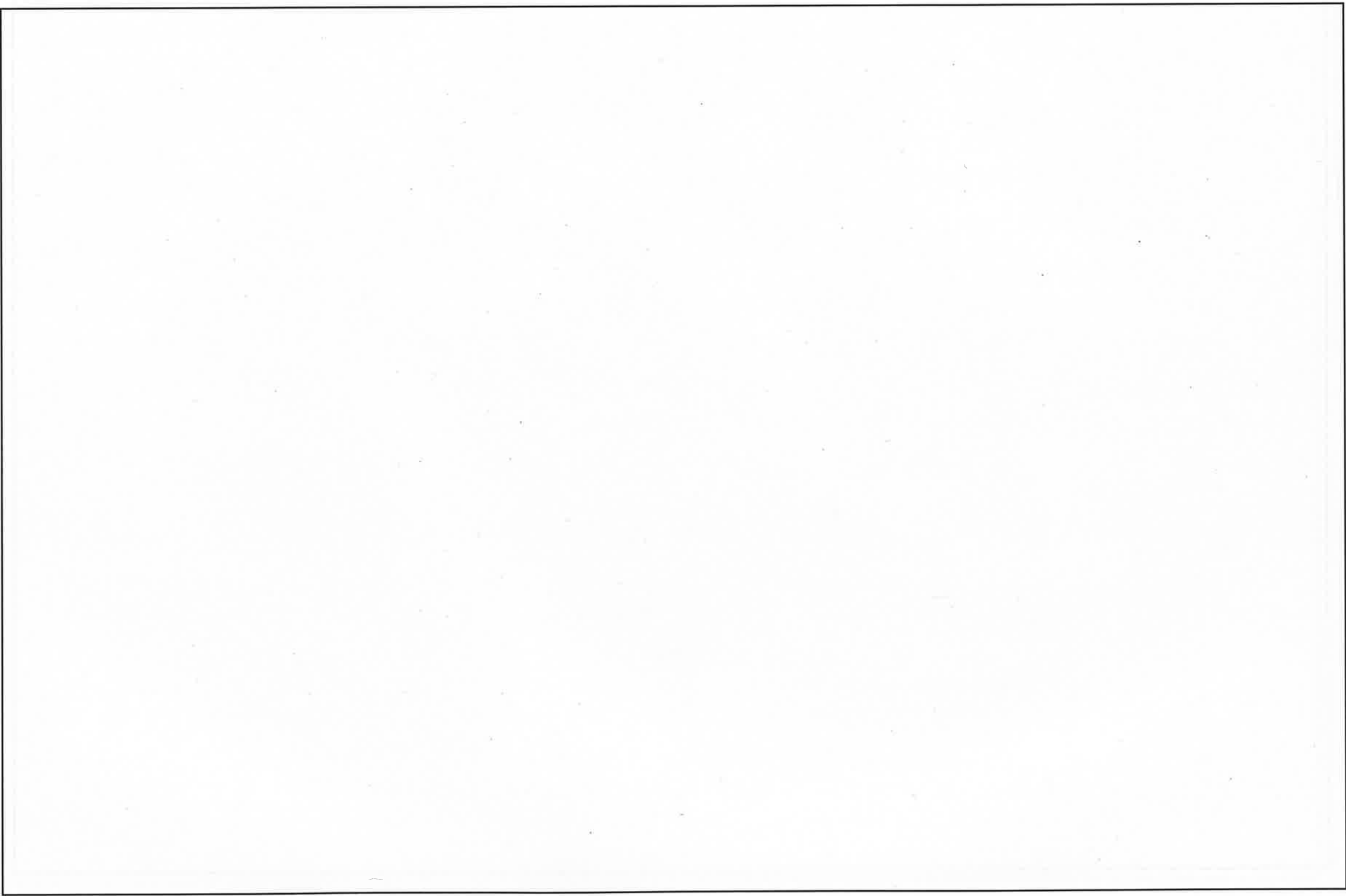


2 のつづき

(1)

(2)

得点 2



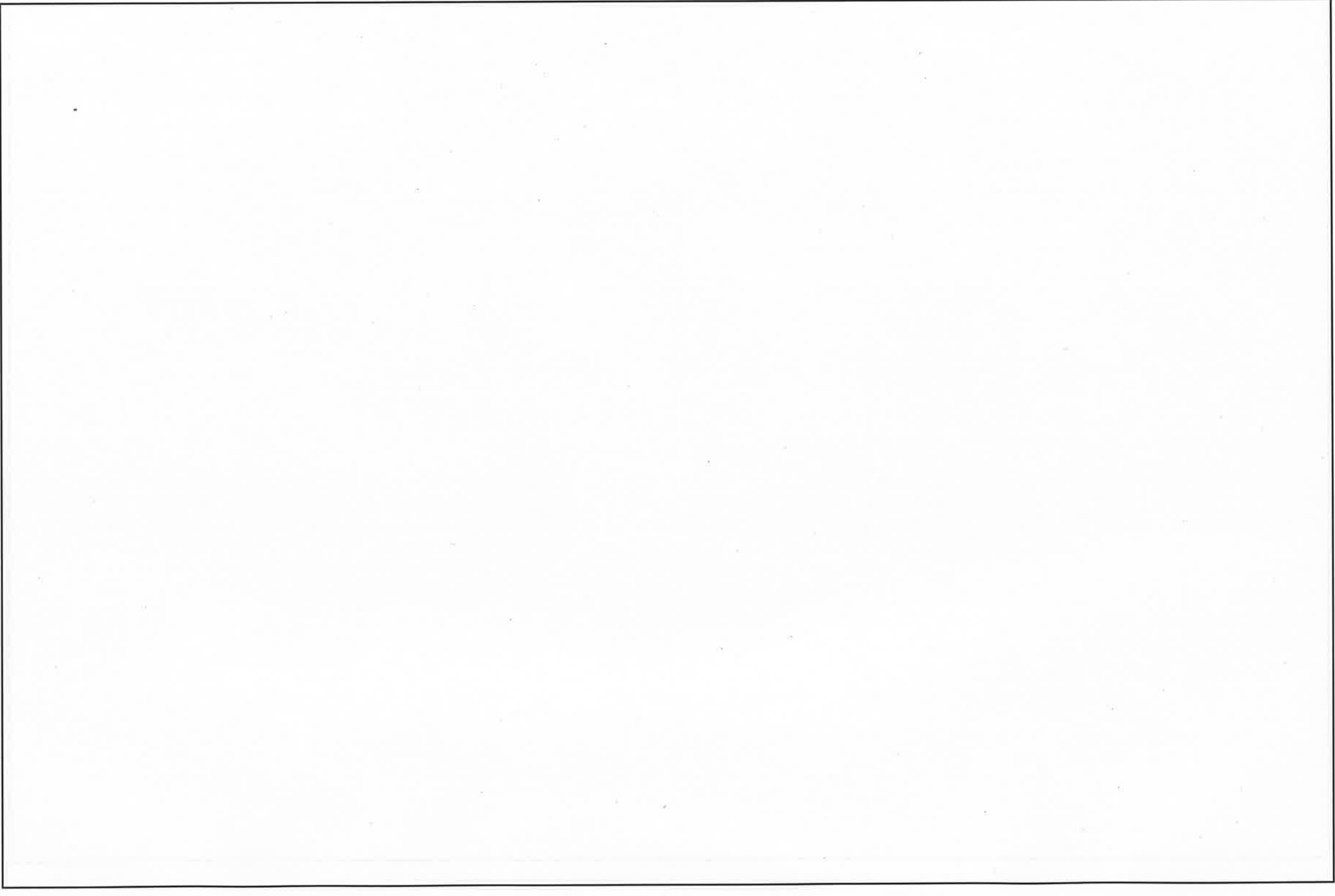
3 のつづき

(1)

(2)

(3)

得点 3



4 のつづき

(1)

(2)

(3)

得点 4