

補 足 説 明

令和3年度入学者選抜
学力検査問題冊子
(前期日程)

理 科 (物理基礎・物理)

(工学部)

科目名 (理科 (物理基礎・物理))

[補足説明]

3 において,

光の鏡や反射面における反射では, π だけ位相がずれると考えよ。

3 問4において,

「間隔 Δx 」は直線ON上での干渉縞^{じま}の間隔である。

3 実験2において,

入射光と出射光の進む向きは紙面に平行であり, 回折格子の反射面は紙面に垂直に並んでいるものとする。

注 意 事 項

1. 開始の合図があるまで, この問題冊子を開いてはいけない。
2. 開始の合図の後, 解答にかかる前に, まず, 問題の部分が10ページからなっていることを確認すること。
3. 問題は全部で4問ある。
4. 解答は解答冊子のそれぞれの問題に対応する欄の中に記せ。
5. 余白は数値計算などに利用してよい。
6. 解答冊子は持ち帰ってはいけない。
7. この問題冊子は持ち帰ること。

1 地表から静止衛星の軌道を越えて続くエレベーターが提案されている。図1はこのエレベーターの概略を示しており、赤道上空を地球の自転の角速度 ω [rad/s] と同じ角速度で円軌道を周回する静止衛星を用いてエレベーターを建設する。

図1(a)に示したように、質量 m [kg] の物体1とその α 倍の質量 $\alpha \times m$ [kg] の物体2が、それぞれ、ケーブル1と2で静止衛星とつながれており、最初、物体1と2は静止衛星と一体になっている。物体1と2を静止衛星から放出し、物体1の円運動の接線方向の速さを減少させ、物体2の円運動の接線方向の速さを増加させ、両者のケーブルを伸ばしていくことで、物体1は地球の中心へ向かう向きに、物体2は地球から遠ざかる向きに移動していく。ただし、ケーブルを伸ばす速さは十分小さいものとする。ケーブルが常にたるむことなく、ケーブルの方向が静止衛星の軌道と直交し、2本のケーブルの張力の大きさが常に等しくなるように、物体1と2の位置を調節する。図1(a)のように、地球の中心から物体1までの距離が r_1 [m] のとき物体2までの距離は r_2 [m] であるとする。このとき、物体1と2は、それぞれ、地球のまわりを半径 r_1 と r_2 で角速度 ω の円運動をしていると考えてよいものとする。

図1(b)に示したように、物体1が地表に達したとき、物体2は半径 R_2 [m] の軌道に到達したとする。物体1を取り外し、ケーブル1の端を地表にしっかり固定すると、地表から半径 R_2 の軌道へつながるケーブルが完成する。エレベーターはこのケーブルに沿って移動する。

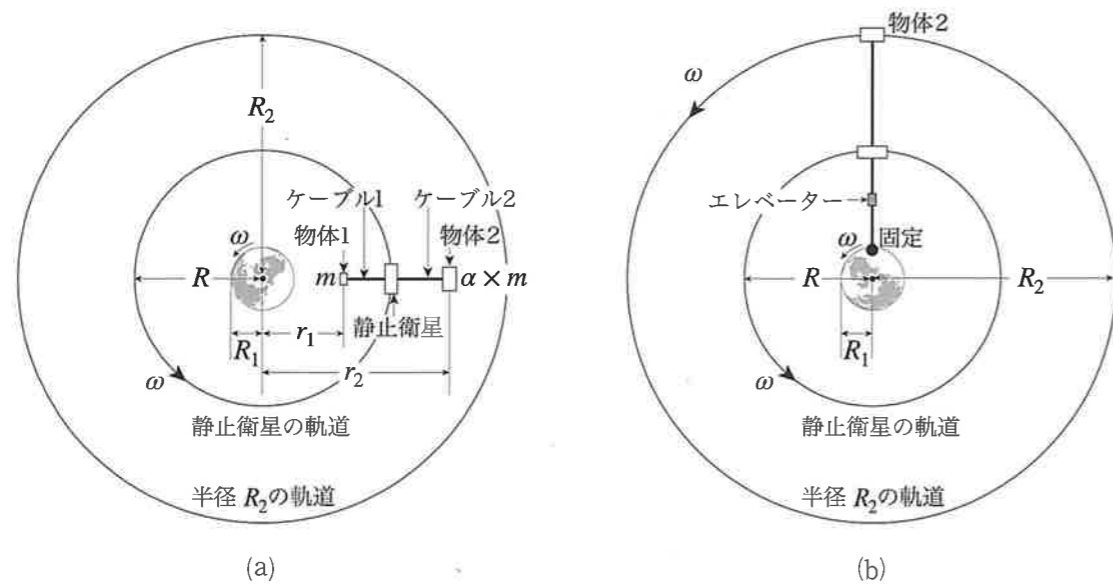


図1

地球は球であるとし、地球が周囲の物体に及ぼす引力は地球の全質量が地球の中心に集まったときに及ぼす万有引力に等しいとする。また、物体の大きさ、ケーブルの質量、空気抵抗、物体間および物体と静止衛星の間に働く重力による影響は無視でき、地球の公転や他の天体による影響は考えないことにする。以下の問いにおいて、表1に示したように、 $R_2 = 1.0 \times 10^8$ m となるような状況を考えることとし、表1中の各種定数に関する記号および数値を用いてよい。

問1 静止衛星の軌道半径 R [m] を、万有引力定数 G [$\text{N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$]、地球の質量 M [kg]、地球の自転の角速度 ω を用いて表せ。

問2 ケーブル1の端が地表に固定されるまでは、ケーブル1と2の張力の大きさ $T_1 (\geq 0)$ [N] と $T_2 (\geq 0)$ [N] は

$$T_1 = G \frac{Mm}{r_1^2} - m\omega^2 r_1, \quad T_2 = -G \frac{M\alpha m}{r_2^2} + \alpha m\omega^2 r_2 \quad (1)$$

となる。2本のケーブルから静止衛星に働く力の総和がゼロであることに注意して、物体1が地表 ($r_1 = R_1$)、物体2が半径 R_2 の軌道 ($r_2 = R_2$) に達したときについて考察すると、2つの物体の質量比 α は

$$\alpha = \frac{\left(\frac{R}{R_1}\right)^2 - \frac{R_1}{R}}{-\left(\frac{R}{R_2}\right)^2 + \frac{R_2}{R}} \quad (2)$$

と表すことができる。ケーブル1と2の張力の大きさが式(1)となることを説明し、式(2)を導出せよ。

表1: R_2 および各種定数に関する記号および数値

半径 R_2	$R_2 = 1.0 \times 10^8$ m
地球の半径	$R_1 = 6.4 \times 10^6$ m
静止衛星の軌道半径	$R = 4.2 \times 10^7$ m
地球の自転の角速度	$\omega = 7.3 \times 10^{-5}$ rad/s
地球の質量	$M = 6.0 \times 10^{24}$ kg
万有引力定数	$G = 6.7 \times 10^{-11}$ $\text{N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$

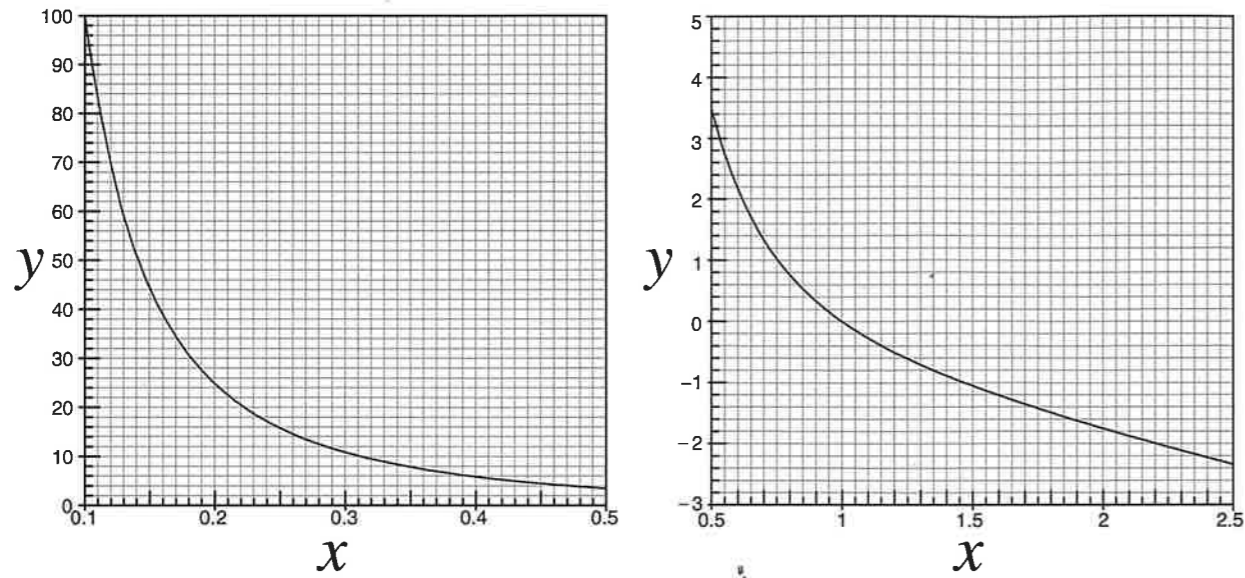
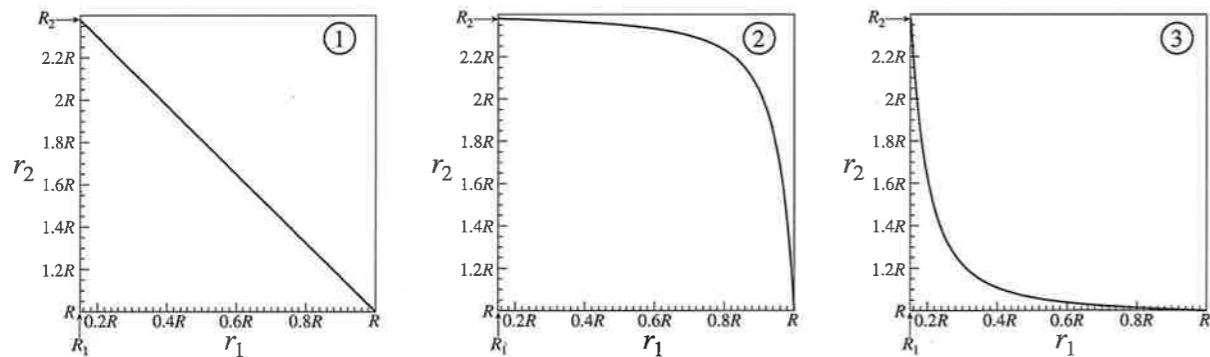


図2 : $y = \frac{1}{x^2} - x$ のグラフ

問3 問2の結果を用いて、2つの物体の質量比 α として最も適切な数値を下の選択肢から選び、①～⑥の番号で答え、理由を述べよ。図2のグラフから読み取った数値を用いてもよい。

- ① 2 ② 5 ③ 20 ④ 50 ⑤ 200 ⑥ 500

問4 ケーブルを伸ばしている途中について、地球の中心から物体1までの距離 r_1 と物体2までの距離 r_2 の関係として適切なグラフを下の選択肢から選び、①～③の番号で答え、理由を述べよ。



半径 R_2 の軌道を速さ v_2 [m/s] で周回する物体2から、質量 m_3 [kg] の物体3が静かに切り離されることを考える。切り離される瞬間の物体3の速度は物体2と同じであるとする。

問5 半径 R_2 の軌道上で物体3が切り離される瞬間について考察すると、物体3が持つ力学的エネルギー E [J] は

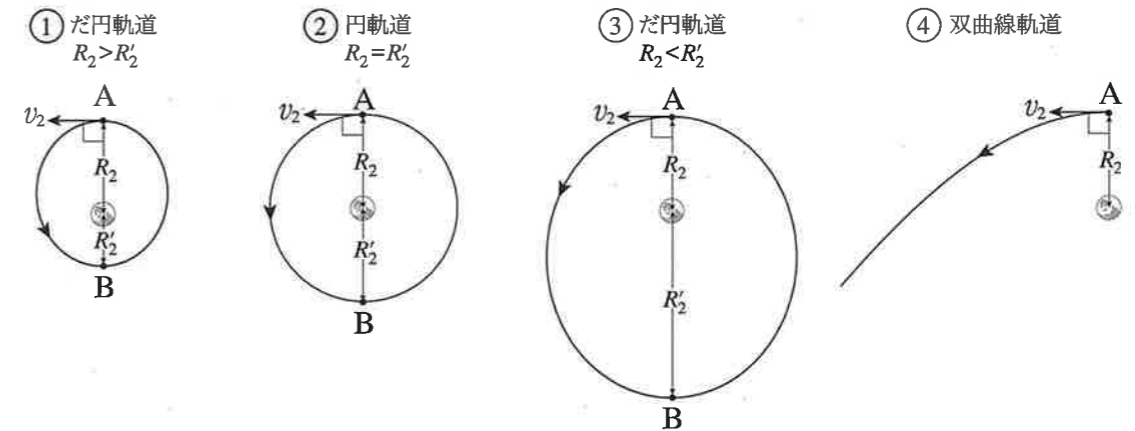
$$E = m_3 R^2 \omega^2 \left[\frac{1}{2} \left(\frac{R_2}{R} \right)^2 - \frac{R}{R_2} \right]$$

と表すことができる。この関係式を導出せよ。なお、地球の中心から距離 r [m] の位置にある物体3の万有引力による位置エネルギーは、無限遠方の値をゼロとして、 $-G \frac{m_3 M}{r}$ [J] である。

問6 物体3が半径 R_2 の軌道上で切り離された後、物体3が描く軌道を下の選択肢から選び、①～④の番号で答え、理由を述べよ。 $\sqrt[3]{2} = 1.26$ を用いてもよい。

選択肢①～④の図において、Aは物体3が切り離される点を表している。円軌道②およびだ円軌道①と③において、Bは地球とAを結ぶ直線と軌道のもうひとつの交点であり、 R'_2 [m] は地球の中心とBの距離である。

なお、だ円軌道と円軌道を飛行する物体は地球から有限な距離の範囲にとどまり、双曲線軌道を飛行する物体は無限遠方に飛び去ることができる。



2 図3のように、0でない抵抗率を持つ円柱形の導体A, Bが、直流電源に導線で接続されている。導体A, Bの平行な両端には電極が取り付けられており、電極と導線の抵抗率は0である。導体A, Bは同じ断面積 S [m²]を持ち、長さはそれぞれ L_A [m], L_B [m]である。点Pと点Rの間には電圧 V (> 0) [V]が加えられ、大きさ I (> 0) [A]の電流が流れており、接地された点Pを基準として点Qの電位は V_Q [V]で、点Rの電位は V である。導体A, B中のそれぞれの電場の大きさは場所によらず一定で、向きは導体A, Bと電極との接続面に垂直である。

それぞれの導体内部で自由電子は、電場による静電気力と、熱運動している陽イオンなどの影響による速さに依存した抵抗力を受ける。この2つの力が釣り合う速さで自由電子は移動する。導体A, B中では、それぞれ自由電子が図3のように右向きに速さ v_A (> 0) [m/s], v_B (> 0) [m/s]で一様に運動する。導体A, B中の抵抗力の大きさ F_A (> 0) [N], F_B (> 0) [N]は定数 k_A [N·s/m], k_B [N·s/m]を用いて $F_A = k_A v_A$, $F_B = k_B v_B$ で与えられるものとする。導体A, B中の自由電子の単位体積当たりの個数は、それぞれ N_A [個/m³], N_B [個/m³]であるとする。自由電子は負の電荷を持ち、その電気量の大きさを e (> 0) [C]とする。以下の問いに答えよ。

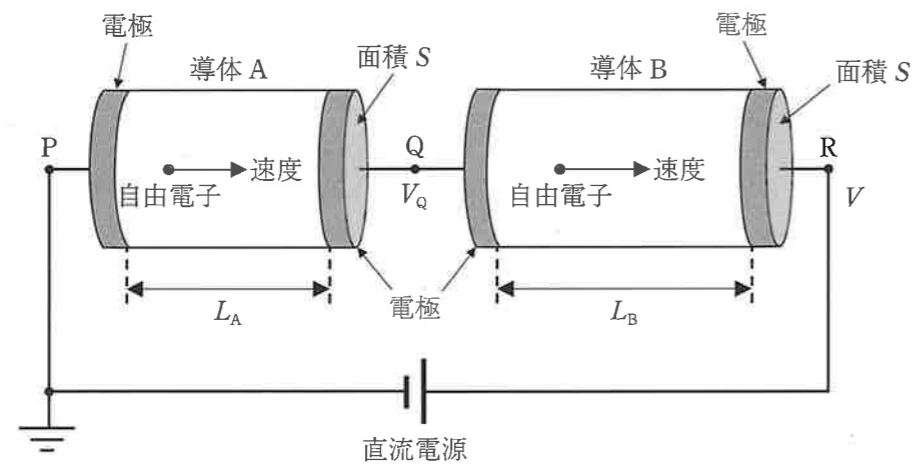
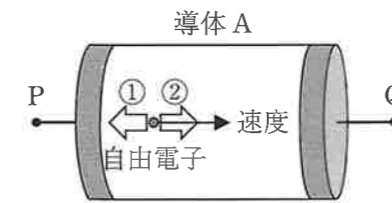


図3

問1 図3のように導体A中を右向きに進む自由電子が受ける静電気力および抵抗力の向きを、下の図の①または②から選べ。



問2 電流の大きさ I を e , S , L_A , N_A , v_A の中から必要なものを用いて表せ。

問3 導体A, B中の自由電子の速さの比 $\frac{v_A}{v_B}$ を e , S , L_A , L_B , N_A , N_B の中から必要なものを用いて表せ。

問4 電流の大きさ I を e , S , L_A , N_A , k_A , V_Q の中から必要なものを用いて表せ。

問5 点Qの電位 V_Q を L_A , L_B , N_A , N_B , k_A , k_B , V の中から必要なものを用いて表せ。

問6 導体A, Bで消費される全電力 P [W]を e , S , L_A , L_B , N_A , N_B , k_A , k_B , V の中から必要なものを用いて表せ。

3 光の干渉について考えるため、以下の点光源を用いた**実験1**と、平行光線を用いた**実験2**を真空中でおこなった。円周率は π とする。

実験1 図4のように平面鏡とスクリーンが互いに垂直になるように置かれている。また、波長 λ_1 [m]の単色光を発する点光源Sが平面鏡をはさんでスクリーンの反対側にある。いま、点光源Sから出てスクリーン上の点Nに直接到達する光線(その光路長を $SN = l_1$ [m]とする)と、鏡面上の点Mで反射してNに到達する光線(その光路長を $SM + MN = l_2$ [m]とする)を考える。点光源Sと点M, Nは紙面上にあり、平面鏡及びスクリーンは紙面と垂直である。紙面上で平面鏡の鏡面を通る直線がスクリーンと交わる点をOとする。点光源Sから直線OMにおろした垂線と直線OMが交わる点をO'とし、O'OをL [m]、O'Sをd [m]、ONをx [m]とする。Lはd, xに対して十分に大きい。以下の問1~問4に答えよ。

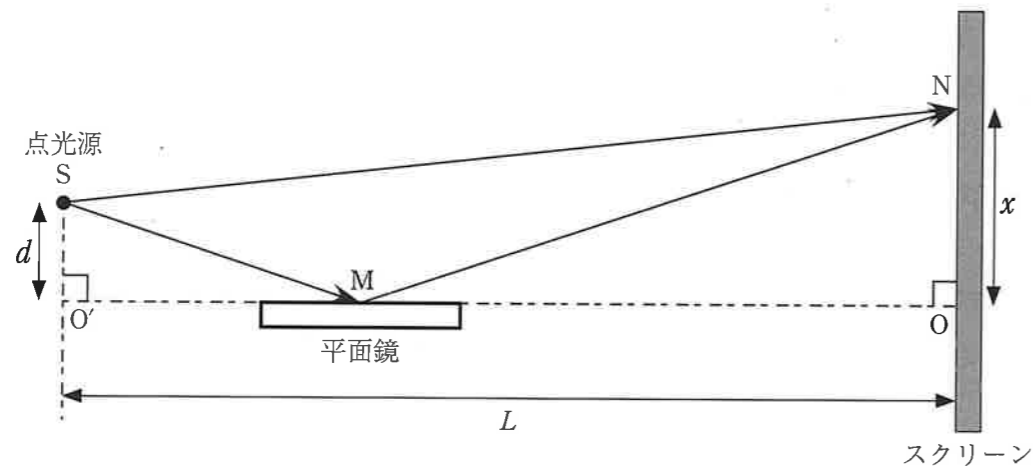


図4

問1 l_1 をd, x, Lを用いて表せ。

問2 l_2 をd, x, Lを用いて表せ。

問3 2つの光線の光路差は

$$l_2 - l_1 = \boxed{\text{ア}} x$$

と表すことができる。 $\boxed{\text{ア}}$ に入る式をd, Lを用いて表せ。 $|\delta| \ll 1$ で成立する近似式 $\sqrt{1+\delta} \doteq 1 + \frac{\delta}{2}$ を用いてよい。

問4 問3の結果を用いて、スクリーン上で観測される干渉縞の間隔 Δx [m]をL, d, λ_1 を用いて表せ。

実験2 光を反射しない平面(無反射面)の上に、十分に細い平行な反射面が一定間隔D [m]で並んでいる反射型の回折格子について考える。図5のように、この回折格子に波長 λ_2 [m]の単色平行光線を入射角 α [rad] ($0 \leq \alpha < \frac{\pi}{2}$)で入射し、回折格子から十分離れたスクリーン上で回折格子からの光(出射光)を観測したところ、下の式(1)を満たす出射角 β [rad] ($-\frac{\pi}{2} < \beta < \frac{\pi}{2}$)の方向に鋭い明線が確認された。

$$D(\sin \alpha - \sin \beta) = m\lambda_2 \quad (1)$$

ここでmは整数であり、また、回折格子の面に垂直な線をはさんで入射光と反対側へ光線が出射する場合、 β を正とする。反射面の幅および高さは十分に小さいとして、以下の問5~問7に答えよ。

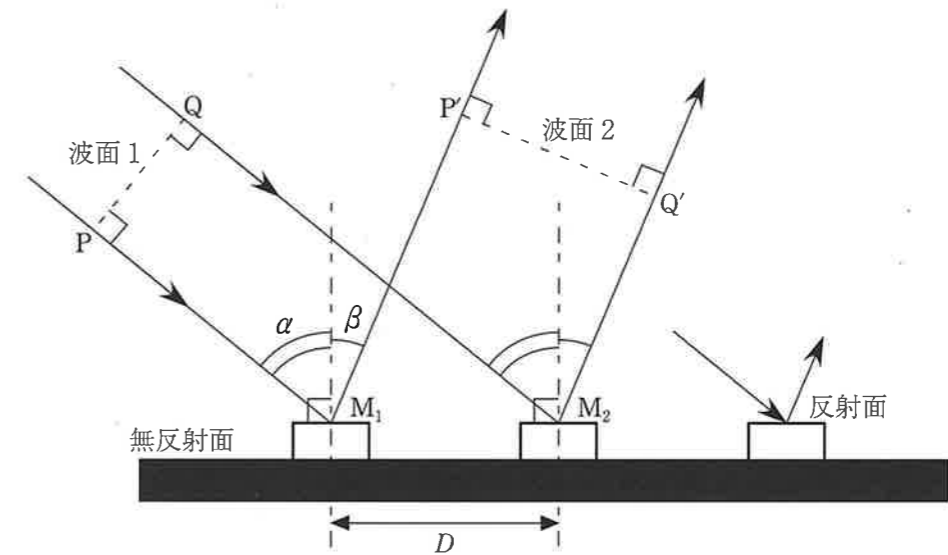


図5

問5 図5のように β が正または0の場合について考えよう。図5の同一波面(波面1)上の点P, Qから、回折格子の隣り合う反射面上の点 M_1, M_2 (間隔をDとする)を經由して、同一波面(波面2)上の点 P', Q' へと向かう2つの光線を考える。点Pから点 M_1 を經由して点 P' に達する光線と、点Qから点 M_2 を經由して点 Q' に達する光線の光路差を求めて、式(1)を導出せよ。なお、反射面に入射した光は、それぞれの反射面で、さまざまな方向に広がる素元波を発生させると考えてよい。

問6 β が負の場合についても式(1)が成り立つ理由を、問5と同様に光路差を求めて説明せよ。

問7 $D = 5.00 \times 10^{-7}$ mの反射型回折格子を用意し、これに $\alpha = \frac{\pi}{4}$ radで単色平行光線を入射したところ、 $m = 1$ に対応する出射光が $\beta = -\frac{\pi}{6}$ radに観測された。この時の入射光の波長 λ_2 を有効数字3桁で求めよ。なお、 $\sqrt{2} = 1.414\dots$, $\sqrt{3} = 1.732\dots$, $\sqrt{5} = 2.236\dots$ である。

4 気体を用いた熱機関は、気体による熱の吸収と放出を繰り返して熱を仕事に変換する装置である。装置中の気体の状態を熱機関の場合と逆に変化させていくと、気体に仕事を加えることにより低温の熱源から高温の熱源に熱を移動させる装置（ヒートポンプ）をつくることができる。

以下、ヒートポンプの例として、なめらかに動くピストンのついた容器に単原子分子理想気体 n [mol] を閉じ込め、図6の $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$ の順に気体の状態をゆくり変化させる装置を考える。ピストンおよび容器の熱容量は考えないものとする。図6の横軸は気体の体積 V [m³]、縦軸は気体の圧力 p [Pa] である。過程 $1 \rightarrow 2$ と過程 $3 \rightarrow 4$ は断熱変化である。過程 $2 \rightarrow 3$ と過程 $4 \rightarrow 1$ それぞれにおいて、容器は温度 T_H [K]、 T_L [K] ($T_H > T_L$) の熱源と接触しており、これらの過程は温度 T_H 、 T_L の等温変化となっている。気体定数を R [J/(mol·K)] とし、以下の問いに答えよ。

過程 $1 \rightarrow 2$ 、過程 $2 \rightarrow 3$ それぞれにおいて、気体が外部とやりとりした熱量の大きさを Q_{12} [J]、 Q_{23} [J]、気体の内部エネルギーの変化の大きさを ΔU_{12} [J]、 ΔU_{23} [J]、気体が外部からされた仕事の大きさを W_{12} [J]、 W_{23} [J] とする。

問1 Q_{12} 、 ΔU_{12} 、 W_{12} を n 、 R 、 T_H 、 T_L の中から必要なものを用いて表せ。

問2 ΔU_{23} 、 W_{23} を n 、 R 、 T_H 、 T_L 、 Q_{23} の中から必要なものを用いて表せ。

次に、過程 $3 \rightarrow 4$ 、過程 $4 \rightarrow 1$ それぞれにおいて、気体が外部とやりとりした熱量の大きさを Q_{34} [J]、 Q_{41} [J]、気体が外部にした仕事の大きさを W_{34} [J]、 W_{41} [J] とする。図6のサイクルで気体がされた仕事の総量の大きさは W_{in} [J] = $W_{12} + W_{23} - W_{34} - W_{41}$ となる。

問3 W_{12} と W_{34} の関係式を求めよ。

問4 W_{in} を Q_{12} 、 Q_{23} 、 Q_{34} 、 Q_{41} の中から2つを用いて表せ。

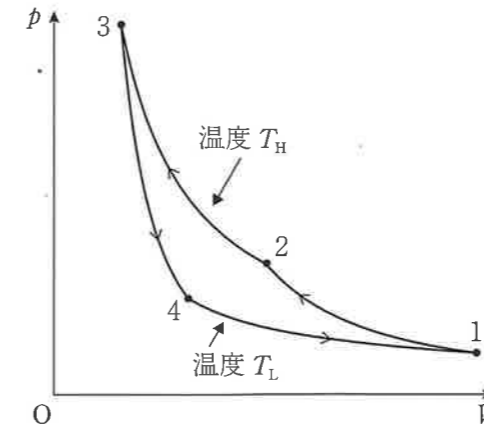


図6

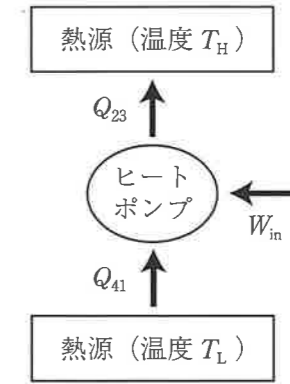


図7

さて、これまでの考察から、過程 $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 1$ は、図7のように、気体が外部から W_{in} の仕事をされるとともに、温度 T_L の熱源から Q_{41} の熱量を吸収し、温度 T_H の熱源に Q_{23} の熱量を放出する過程となっていることがわかる。低温の熱源が室内の空気、高温の熱源が室外の空気の場合、この過程は冷房に対応する。気体が低温の熱源である室内の空気から吸収した熱量 Q_{41} を、気体がされた仕事 W_{in} で割った量 $c = \frac{Q_{41}}{W_{in}}$ により、冷房の性能を評価する。以下、必要であれば、等温変化である過程 $2 \rightarrow 3$ 、過程 $4 \rightarrow 1$ について

$$\frac{Q_{23}}{T_H} = \frac{Q_{41}}{T_L}$$

が成り立つことを用いてよい。

問5 冷房の性能を表す量 c を温度 T_H 、 T_L を用いて表せ。

問6 室外の空気の温度を 35.0°C とする。室内の空気の温度が 30.0°C の場合の c の値を c_1 、 25.0°C の場合の c の値を c_2 とし、これらの比 $\frac{c_2}{c_1}$ を有効数字2桁で求めよ。ただし、 0°C は 273.15 K である。

見本

令和3年度入学者選抜
学力検査解答冊子
(前期日程)

理科 (物理基礎・物理)
解答冊子

(工学部)

注意事項

1. 開始の合図があるまで、この解答冊子を開いてはいけない。
2. 開始の合図の後、解答にかかる前に、まず、解答冊子が10ページからなっていることを確認すること。
3. 開始の合図の後、志願学科、受験番号をこの表紙の所定の欄に記入すること。
4. この解答冊子はばらばらにしてはいけない。
5. 解答はそれぞれの問題に対応する欄の中に記すこと。
6. 解答には必要な計算過程も記すこと。
7. この解答冊子は持ち帰ってはいけない。

受験番号

志願学科

	1	2	3	4	総計
得点					

問 1	$R =$
問 2	式(1)について
問 2	式(2)について

問 3	番号	理由の説明
問 4	番号	理由の説明
問 5		
問 6	番号	理由の説明

問 1	静電気力	抵抗力
問 2	$I =$	
問 3	$\frac{v_A}{v_B} =$	
問 4	$I =$	

問 5	$V_Q =$
問 6	$P =$

3

問 1	$l_1 =$
問 2	$l_2 =$
問 3	(ア)
問 4	$\Delta x =$

得点 3

問 5	
問 6	
問 7	$\lambda_2 =$

問
1

$$Q_{12} =$$

$$\Delta U_{12} =$$

$$W_{12} =$$

問
2

$$\Delta U_{23} =$$

$$W_{23} =$$

問
3問
4

$$W_{in} =$$

問
5

$$c =$$

問
6

$$\frac{c_2}{c_1} =$$