

注 意 事 項

1. 開始の合図があるまで、この問題冊子を開いてはいけない。
2. 開始の合図の後、解答にかかる前に、まず、問題の部分が13ページからなっていることを確認すること。
3. 問題は全部で4問ある。
4. 解答は解答冊子のそれぞれの問題に対応する欄の中に記せ。
5. 余白は数値計算などに利用してよい。
6. 解答冊子は持ち帰ってはいけない。
7. この問題冊子は持ち帰ること。

1 角速度 ω [rad/s] で回転している水平な円板上の小物体の運動を考える。

図 1(a) のように、円板中心を通る鉛直方向の回転軸があり、回転軸にばね定数 k [N/m] で質量の無視できるばねが取り付けられている。また、ばねの他端に質量 m [kg] の小物体が取り付けられている。最初、小物体はストッパーで止められており、そのときのばねの長さは自然長である。このときの円板中心から小物体までの距離を L [m] とする。円板には図のように、半径方向に溝があり、小物体はこの溝に沿って運動するが、溝と小物体の間に生じる摩擦力は無視できるものとする。また、円板を真横からみた図 1(b) のように小物体の位置を原点 O とし、半径方向の外向きを正として円板上に固定した x 軸を定義する。以下では角速度 ω で回転する円板に固定された観測者からの視点で、 x 軸を用いて小物体に作用する水平方向の力や運動を考える。

小物体の運動に影響を与えないように、すばやくストッパーを外すと、小物体は原点 O と図 2 に示す円板上の点 A の間で単振動を始めた。点 A の座標を x_A [m] とする。また、原点 O と点 A の間には小物体の x 軸方向の加速度がゼロとなる点が存在し、その点を点 B として座標を x_B [m] とする。ここでは、空気抵抗、小物体の大きさ、重力の影響は考えなくてよいものとする。以下の問いに答えよ。

問 1 単振動をしている小物体に作用する x 軸方向の力を F [N] とする。この力は遠心力とばねの弾性力の和であり、小物体の座標を x [m] とすると、

$$F = - \boxed{\text{(ア)}} \times (x - \boxed{\text{(イ)}})$$

と表すことができる。 $\boxed{\text{(ア)}}$ 、 $\boxed{\text{(イ)}}$ に入る式を k 、 L 、 m 、 ω から必要なものを用いて表し、理由を述べよ。

問 2 問 1 で示した力 F によって小物体が単振動するためのばね定数 k の条件として

$$k > \boxed{\text{(ウ)}}$$

を満たす必要がある。 $\boxed{\text{(ウ)}}$ に入る式を L 、 m 、 ω から必要なものを用いて表し、理由を述べよ。

問 3 単振動の周期 T [s] を k 、 L 、 m 、 ω から必要なものを用いて表せ。円周率は π とせよ。

問 4 点 B の座標 x_B を k 、 L 、 m 、 ω から必要なものを用いて表せ。

問 5 点 A の座標 x_A を k 、 L 、 m 、 ω から必要なものを用いて表せ。

問 6 小物体の x 軸方向の最大の速さ v_{\max} [m/s] を k 、 L 、 m 、 ω から必要なものを用いて表せ。

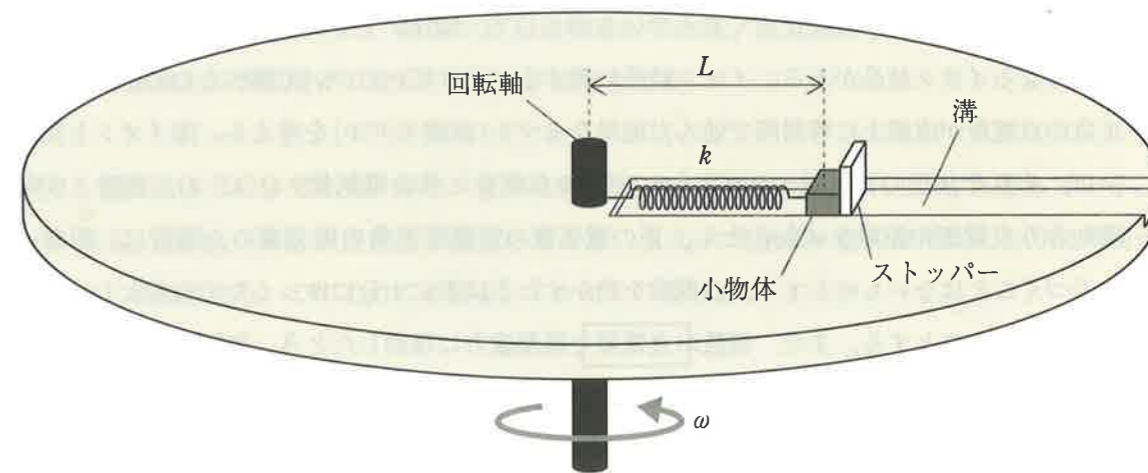


図 1(a) 回転する円板(斜め上からみた図)

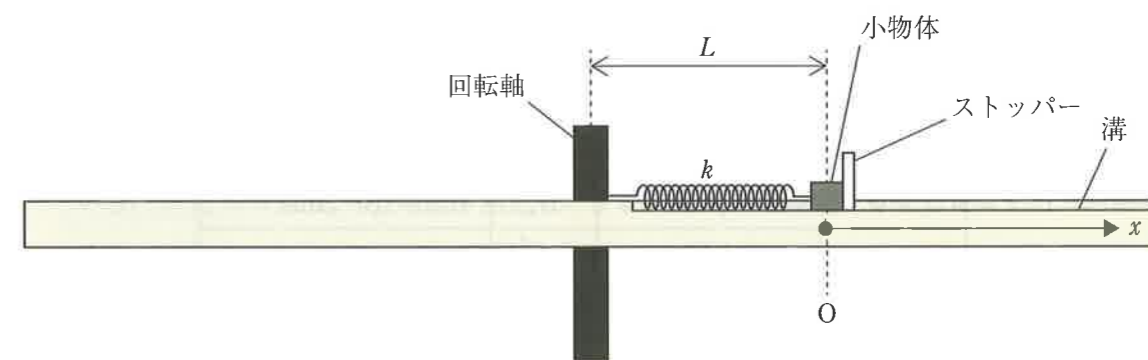


図 1(b) 回転する円板(真横からみた図)

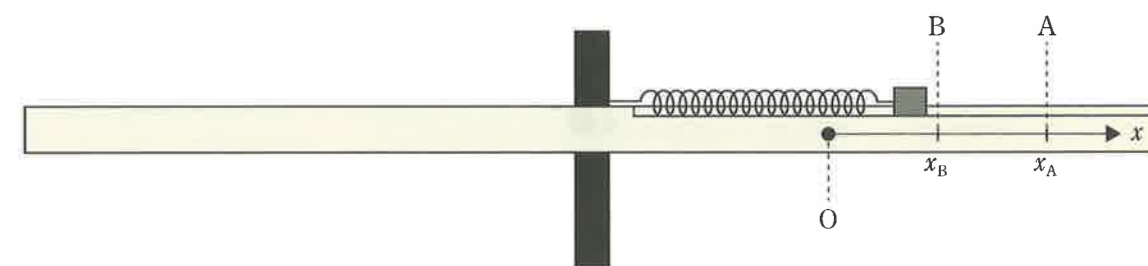


図 2

2 一対の正負の電荷が規則正しく並んでいる例として、塩化ナトリウムなどの陽イオンと陰イオンからなるイオン結晶がある。イオン結晶に関するエネルギーについて調べるために、ここでは正負の点電荷が直線上に等間隔で並んだ簡単なモデル(直線モデル)を考える。陽イオンと陰イオンは、それぞれ正の電気量 $+Q$ [C] ($Q > 0$)の点電荷と負の電気量 $-Q$ [C]の点電荷とする。隣り合う点電荷の距離を d [m]とし、正の電気量の点電荷と負の電気量の点電荷は、距離 d より近づくことはないものとする。点電荷を動かすときは常に十分にゆっくりであるとし、無限遠方の電位をゼロとする。また、複数の点電荷を無限遠方に移動したとき、無限遠方ではそれぞれの点電荷間の距離は十分に大きく、点電荷には引力も斥力もはたらかないとする。クーロンの法則の比例定数を k [$\text{N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$]とし、以下の問いに答えよ。なお、下の表1の各種定数や記号と数値を用いてよい。

表 1

クーロンの法則の比例定数	k	$9.0 \times 10^9 \text{ N}\cdot\text{m}^2/\text{C}^2$
イオンの電気量の大きさ	Q	$1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$
イオン間の距離	d	$2.8 \times 10^{-10} \text{ m}$
アボガドロ数	N_A	$6.0 \times 10^{23} / \text{mol}$
k, Q, d の計算値	$k \frac{Q^2}{d}$	$8.2 \times 10^{-19} \text{ J}$

問 1 図3のように、点 A_2 に電気量 $-Q$ の点電荷が置かれている。距離 d 離れた点 A_1 の電位 $-V$ [V] ($V > 0$)を k, Q, d から必要なものを用いて表せ。

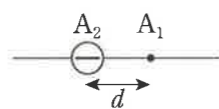


図 3

以下の問2～問4において、問1の V を用いるものとし、電気量 $+Q$ と $-Q$ の複数の点電荷が交互に直線上に等間隔 d で並んだ直線モデルを考える。

問 2 図4のように、電気量 $+Q$ と $-Q$ の合計4個の点電荷が点 A_1 から点 A_4 に並んでいる。点 A_2, A_3, A_4 の点電荷を固定したまま、点 A_1 の電気量 $+Q$ の点電荷を右方向無限遠方に移動させる。このために必要なエネルギーの最小値は

$$QV \times \boxed{\text{ア}} \text{ [J]}$$

と表すことができる。 $\boxed{\text{ア}}$ に入る数値を分数で答え、答えを導く過程を記せ。

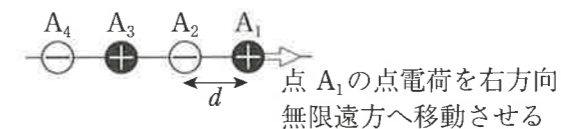


図 4

問 3 図5のように、電気量 $+Q$ と $-Q$ の点電荷が点 A_1 から点 A_n に合計 n 個(n は偶数)並んでいる。点 A_2 から点 A_n の点電荷を固定したまま、点 A_1 の電気量 $+Q$ の点電荷を右方向無限遠方に移動させる。このために必要なエネルギーの最小値は

$$QV \times \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots - \frac{1}{n-2} + \frac{1}{n-1} \right) \text{ [J]}$$

と表せることを説明せよ。

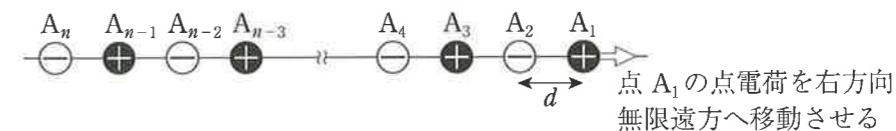


図 5

問4 問3と同様に、図6(a)のように、電気量 $+Q$ と $-Q$ の点電荷が点 A_1 から点 A_n に合計 n 個(n は偶数)並んでいる。ここで、次の(1)から(3)の手順で点 A_n 以外の $n-1$ 個の点電荷を無限遠方に移動させるために必要なエネルギーの最小値を求める。

- (1) 点 A_2 から点 A_n の点電荷を固定したまま、点 A_1 の電気量 $+Q$ の点電荷を右方向無限遠方に移動させる(図6(a))。
- (2) そのあと、点 A_3 から点 A_n の点電荷を固定したまま、点 A_2 の電気量 $-Q$ の点電荷を右方向無限遠方に移動させる(図6(b))。
- (3) これらの操作を繰り返し、点 A_{n-1} の電気量 $+Q$ の点電荷まで、右方向無限遠方に移動させる(図6(c))。

このために必要なエネルギーの最小値は

$$nQV \times \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots - \frac{1}{n-2} + \frac{1}{n-1} \right) - QV \text{ [J]}$$

と表せることを説明せよ。

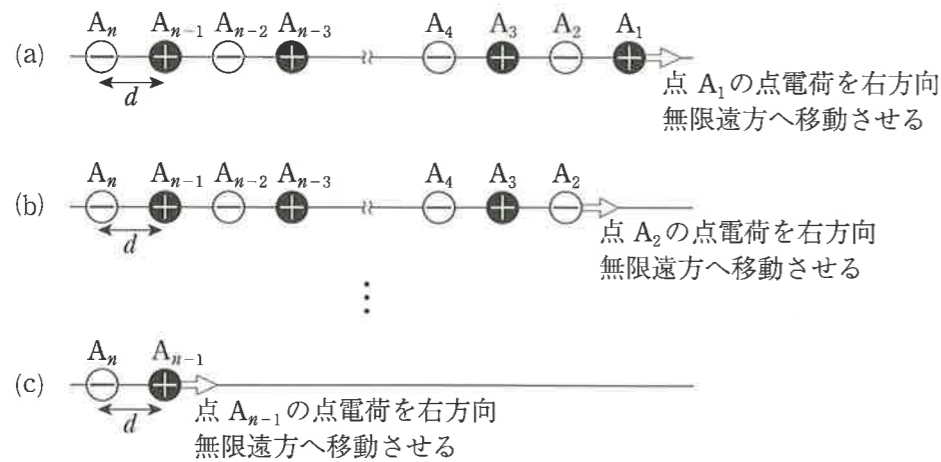


図6

問5 1モルのイオン結晶(陽イオンと陰イオンがそれぞれ1モル)に含まれるすべてのイオンを、互いの距離が十分に大きくなるまで引き離すことを直線モデルで考える。問4の結果を用いて、このために必要なエネルギーの最小値を求めよ。答えを導く過程を記し、下の選択肢から最も適切な数値の範囲を選び、①~④の番号で答えよ。なお、以下の級数の値を用いてよい。この数値は、項数が10000を越えると、有効数字3桁まで正しい。

$$\frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} + \dots \doteq 0.693$$

- ① 0.1~1 kJ ② 1~10 kJ ③ 10~100 kJ ④ 100~1000 kJ

3 水面を進む水面波に対し、水深が変わる場合に起きる現象を考えてみよう。

水平な床の上に、水が入っている十分に大きな直方体の水槽を置く。図7(a)は、水槽を斜め上からみた図であり、図7(b)は、水槽を上からみた図である。水槽に直角三角形の厚いガラス板を沈め、水槽の一部の底を上げて、水槽に水深の異なる領域をつくる。深い水深の領域を領域1、浅い水深の領域を領域2とする。領域1と領域2の境界を、単に境界とよぶ。境界と、水槽の壁1および壁2のなす角度は θ_0 [rad]である。水槽の壁1、2に、それぞれ平行に振動板1、2を設置する。以下に述べる**実験1**では、振動板1を水面と垂直に単振動させて、平面波の水面波をつくる。**実験2**では、振動板2を同様に単振動させて、平面波の水面波をつくる。ここで、波長が λ [m]で振動数が f [Hz]である水面波に対し、水面から底面までの水深が h [m]である場合、重力加速度 g [m/s²]を用いて、 $f\lambda = \sqrt{gh}$ の関係が成り立つものとする。水槽の壁や振動板での水面波の反射は無視できるものとして、領域1、2を進む水面波を考えよう。

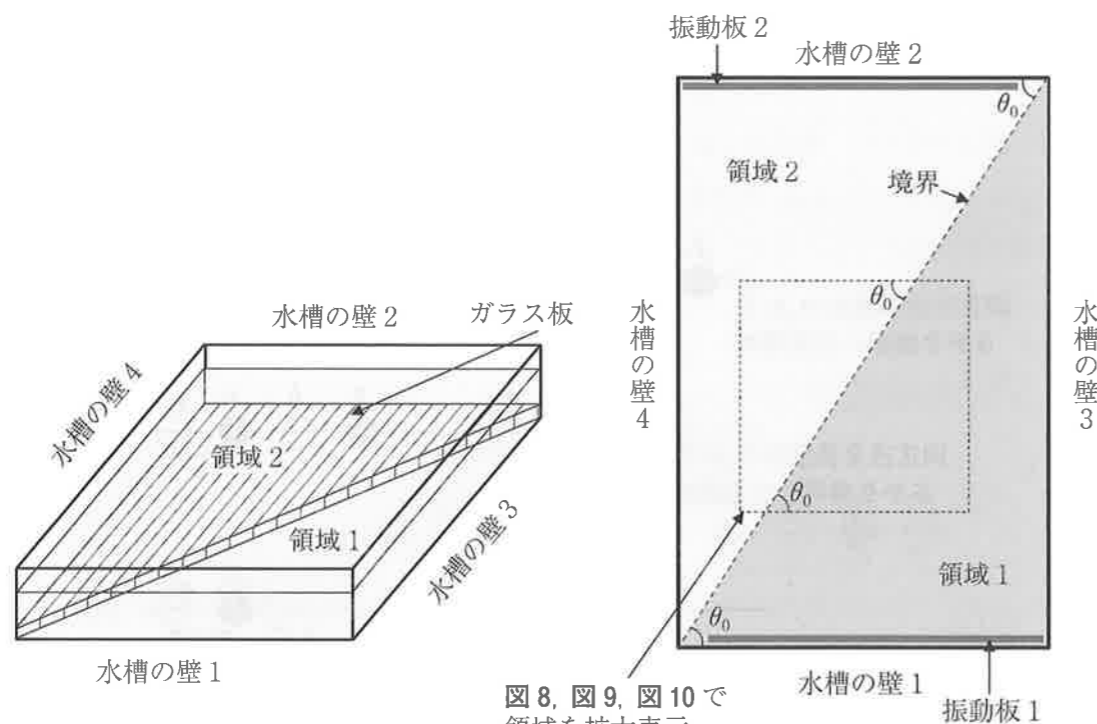


図7(a) 水槽(斜め上からみた図)
(振動板を省略)

図8、図9、図10で領域を拡大表示
図7(b) 水槽(上からみた図)

実験1

領域1および領域2の水面から底面までの水深を、それぞれ h_1 [m]、 h_2 [m] ($h_1 > h_2$)とする。振動板1を振動数 f_0 [Hz]で単振動させ、図8に示すように、水槽の壁1から水槽の壁2に向かって領域1を進む波長 λ_1 [m]の入射水面波をつくる。入射水面波は境界で屈折し、波長 λ_2 [m]の水面波として領域2を進む。これを屈折水面波とよぶ。図8の実線は、入射水面波

および屈折水面波の波面の山を表す。屈折水面波の波面の山が境界となす角を θ_2 [rad]とする。境界では、屈折水面波の位相は入射水面波の位相と一致しており、境界上を進む波の速さを w [m/s]とする。領域1を境界まで進んだ入射水面波の一部は、境界で反射して再び領域1を進む。これを反射水面波とよぶ。境界において、反射水面波の位相は入射水面波の位相に対して π だけずれるものとする。ただし、図8には、入射水面波および屈折水面波の波面の山のみが描かれている。以下の問いに答えよ。

問1 w を、 f_0 、 λ_1 、 θ_0 、 θ_2 から必要なものを用いて表せ。

問2 w を、 f_0 、 λ_2 、 θ_0 、 θ_2 から必要なものを用いて表せ。

問3 $\frac{\lambda_2}{\lambda_1}$ を、 θ_0 、 θ_2 を用いて表せ。

問4 $\sin \theta_2$ を、 θ_0 、 h_1 、 h_2 を用いて表せ。

問5 図8に対して、境界で反射した反射水面波の波面の山がどのようなになるか。解答欄の図①～③から最も適切なものを選んで、番号を丸で囲め。解答欄の図では、太線で反射水面波の波面の山を示す。また、適切でない図に対し、適切でない理由を、次の(ア)～(ウ)から選び、解答欄に記号を記入せよ。

- (ア) 反射水面波がまっすぐに進まない
- (イ) 反射角と入射角が等しくない
- (ウ) 境界において入射水面波と反射水面波の位相が等しい

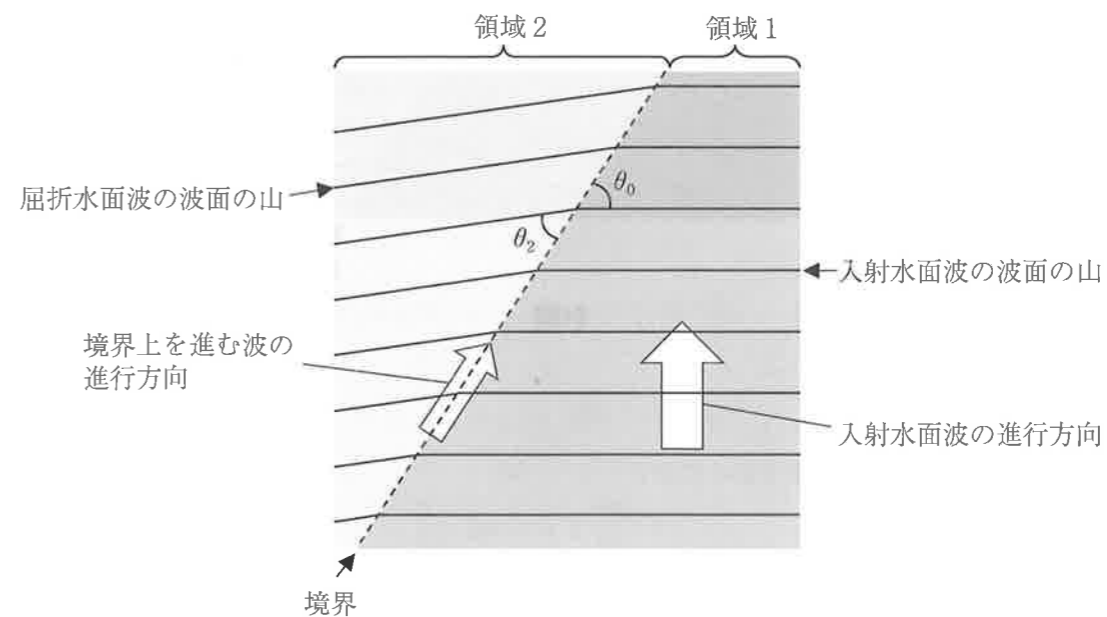


図8

実験 2

実験 1 と同じように、領域 1 および領域 2 の水面から底面までの水深を、それぞれ h_1 , h_2 とする。振動板 2 を振動数 f_0 で単振動させ、図 9 に示すように、水槽の壁 2 から水槽の壁 1 に向かって領域 2 を進む入射水面波をつくる。入射水面波は境界で屈折し、屈折水面波が領域 1 を進行する。屈折水面波の波面の山と境界がなす角を θ_1 [rad] とする。

次に、水槽から一部の水を取り出し、領域 1 と領域 2 の水面から底面までの水深を一様に d [m] ($d < h_2$) だけ浅くし、領域 1 の水深は $h_1 - d$ 、領域 2 の水深は $h_2 - d$ とした。振動板 2 を振動数 f_0 で単振動させ、領域 2 を進む入射水面波をつくる。このとき、図 10 のように、領域 1 を進行する屈折水面波が観測され、屈折水面波の波面の山と境界がなす角が θ_1' [rad] であった。さらに、水槽から水を取り出し、領域 1 と領域 2 の水面から底面までの水深を一様に浅くすると、境界から少し離れた位置の領域 1 で屈折水面波が観測されなくなった。図 9 と図 10 には、入射水面波および屈折水面波の波面の山のみが描かれている。以下の問いに答えよ。

問 6 $\sin \theta_1$ を、 θ_0 , h_1 , h_2 を用いて表せ。

問 7 $\sin \theta_1'$ を、 θ_0 , h_1 , h_2 , d を用いて表せ。

問 8 領域 1 で屈折水面波が観測されるためには、水深の変化 d は

$$d < \boxed{\text{(エ)}}$$

の条件を満たさなければならない。また、 d が $\boxed{\text{(エ)}}$ 以上になると、領域 1 で屈折水面波が観測されない。 $\boxed{\text{(エ)}}$ に入る式の導出過程を記し、 $\boxed{\text{(エ)}}$ に入る式を、 θ_0 , h_1 , h_2 を用いて表せ。

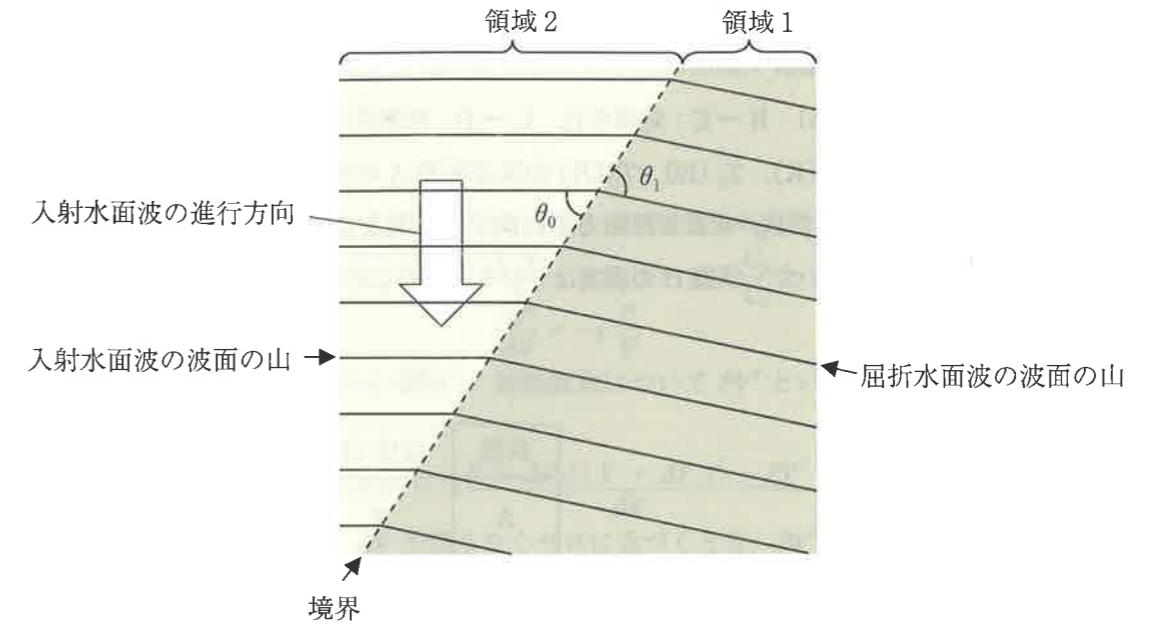


図 9

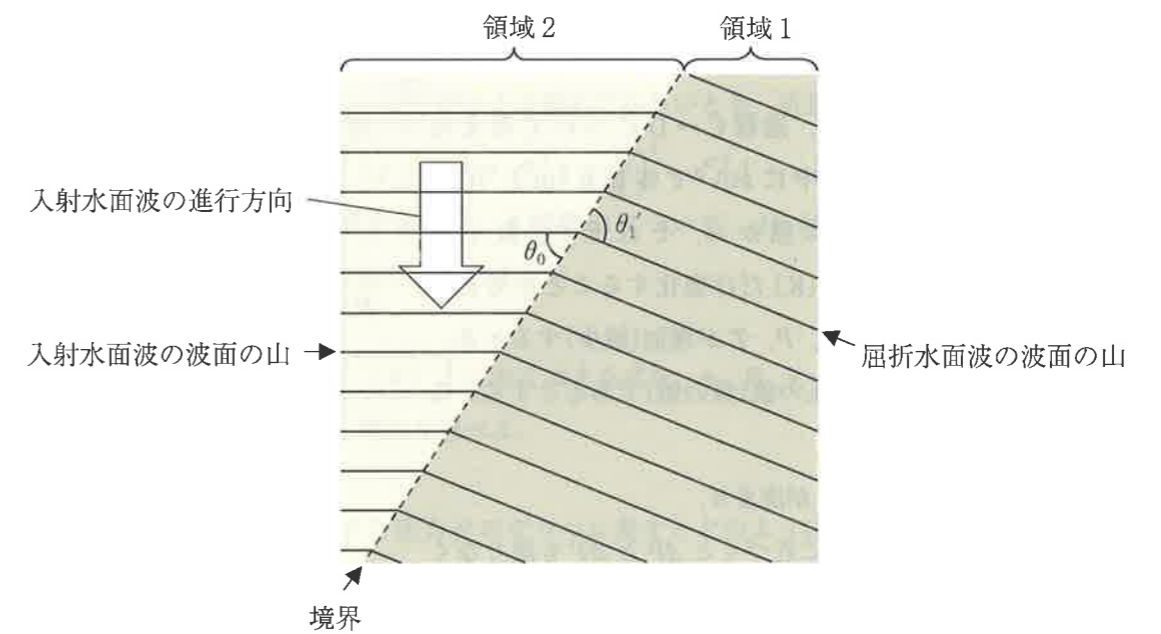


図 10

4 図11は n [mol] の理想気体が関与する熱機関を表している。A → B → C → D → A の過程は以下のような状態変化である。

A → B: 断熱変化(圧縮) B → C: 定積変化 C → D: 断熱変化(膨張) D → A: 定積変化
 状態 A, B, C の温度 T_A [K], T_B [K], T_C [K] および状態 A の体積 V_A [m³] が与えられると、その他の量は T_A, T_B, T_C, V_A, n および熱力学に関する定数を用いて表すことができる(表2)。なお、図11の熱機関について、状態 D の温度は $\frac{T_A T_C}{T_B}$ となることを示すことができる。

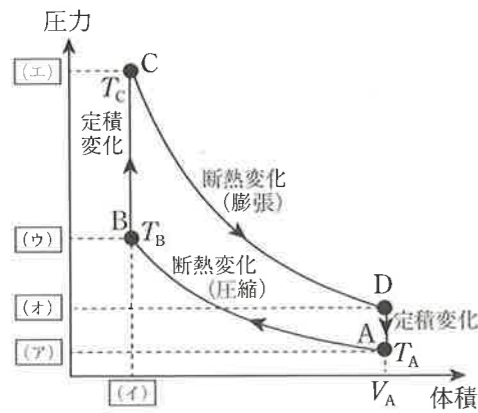


表2

状態	温度 [K]	体積 [m ³]	圧力 [Pa]
A	T_A	V_A	(ア)
B	T_B	(イ)	(ウ)
C	T_C	(イ)	(エ)
D	$\frac{T_A T_C}{T_B}$	V_A	(オ)

図11

断熱変化の例として、過程 C → D について考える(図12)。断熱変化の途中において体積 V [m³]、圧力 P [Pa]、温度 T [K] の状態から、それぞれ、微小量 ΔV [m³]、 ΔP [Pa]、 ΔT [K] だけ変化することを考える。ただし、それぞれの量 V, P, T が増加(減少)するとき、微小量 $\Delta V, \Delta P, \Delta T$ は正の値(負の値)であるとする。この断熱変化について、

- ・ V の値ごとに P と T が決まり、
- ・ ΔV が限りなくゼロに近づくと ΔP と ΔT も限りなくゼロに近づく。

理想気体の状態方程式 $PV = nRT$ (R [J/(mol·K)] は気体定数) を適用すると、 $\Delta V, \Delta P, \Delta T$ の変化について

$$(P + \Delta P)(V + \Delta V) = nR(T + \Delta T)$$

となるので、 ΔV が限りなくゼロに近づくと

$$V \frac{\Delta P}{\Delta V} + P = nR \frac{\Delta T}{\Delta V} \quad (1)$$

という関係を得ることができる(問1)。

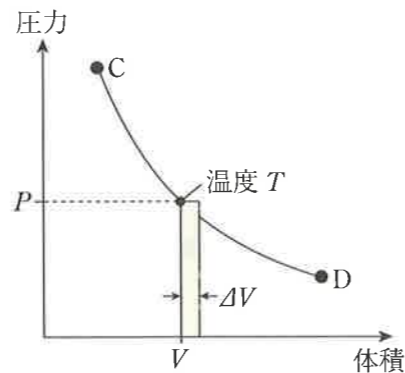


図12

図12のように、体積 V で圧力 P の状態から体積が ΔV だけ微小変化したとき、熱機関の気体がする仕事の大きさは図中の P と ΔV からなる長方形の面積である。よって、熱力学第1法則より、

$$nC_v \Delta T + P \Delta V = 0 \quad (2)$$

という関係が成立する。ここで、 C_v [J/(mol·K)] は理想気体の定積モル比熱である。

理想気体の定圧モル比熱を C_p [J/(mol·K)]、比熱比を $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ とすると、式(1)と(2)から、

$$\frac{\Delta P}{\Delta V} = -\gamma \frac{P}{V} \quad (3)$$

という関係を導くことができる(問2)。断熱変化について PV^γ という量を考えると、 V についての PV^γ の変化の割合は、

$$\text{変化率} = \frac{(P + \Delta P)(V + \Delta V)^\gamma - PV^\gamma}{\Delta V} \quad (4)$$

によって表すことができる。 ΔV が限りなくゼロに近づくと、 PV^γ の変化率はゼロとなることを示すことができる(問3)。この結果から、断熱変化では PV^γ が一定に保たれることがわかる。

問1 式(1)を導出せよ。

問2 式(3)を導出せよ。

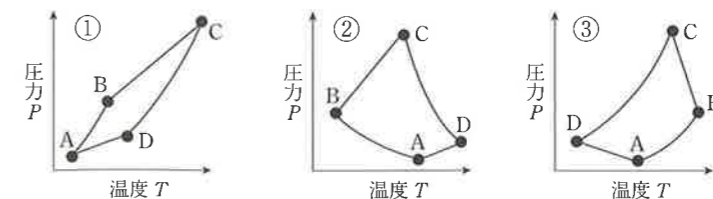
問3 実数 α, x, δ について、 $\left| \frac{\delta}{x} \right|$ が1より極めて小さいとき、近似式

$$(x + \delta)^\alpha = x^\alpha \left(1 + \frac{\delta}{x} \right)^\alpha \approx x^\alpha \left(1 + \alpha \frac{\delta}{x} \right)$$

が成立する。この近似式を用いて、下線部 a) について、 ΔV が限りなくゼロに近づくと PV^γ の変化率がゼロとなることを示せ。

問4 表2の (ア) ~ (オ) にあてはまる式を、 $n, R, \gamma, T_A, T_B, T_C, V_A$ の中から必要なものを用いて表し、理由を述べよ。

問5 図11の熱機関を温度 T と圧力 P のグラフに表すとどのようなになるか。下の図から最も適切なものを選び、①~③の番号で答え、理由を述べよ。



問6 過程 A → B と過程 C → D で気体がする仕事、 $W_{A \rightarrow B}, W_{C \rightarrow D}$ を T_A, T_B, T_C, n, C_v の中から必要なものを用いて表せ。

問7 熱機関が外部から熱を吸収する過程を下の選択肢から選び、①～④の番号で答え、その吸収する熱量 Q [J] を T_A , T_B , T_C , n , C_v の中から必要なものを用いて表せ。

- ① $A \rightarrow B$ ② $B \rightarrow C$ ③ $C \rightarrow D$ ④ $D \rightarrow A$

問8 問6と問7の結果を用いて熱機関の効率 e を求め、 T_A , T_B を用いて表せ。式の変形を含んだ導出過程を記しておくこと。

見本

令和4年度入学者選抜
学力検査解答冊子
(前期日程)

理 科 (物理基礎・物理)
解 答 冊 子

(工学部)

注 意 事 項

1. 開始の合図があるまで、この解答冊子を開いてはいけない。
2. 開始の合図の後、解答にかかる前に、まず、解答冊子が10ページからなっていることを確認すること。
3. 開始の合図の後、志願学科、受験番号をこの表紙の所定の欄に記入すること。
4. この解答冊子はばらばらにしてはいけない。
5. 解答はそれぞれの問題に対応する欄の中に記すこと。
6. 解答には必要な計算過程も記すこと。
7. この解答冊子は持ち帰ってはいけない。

受験番号

志願学科

	1	2	3	4	総計
得点					

問 1	(ア)	理由
	(イ)	
問 2	(ウ)	理由
問 3	$T =$	

問 4	$x_B =$	
問 5	$x_A =$	
問 6	$v_{\max} =$	

問 1	$-V =$		
問 2	<table border="1" style="width: 100%;"> <tr> <td style="width: 15%; text-align: center;">(ア)</td> <td>答えを導く過程</td> </tr> </table>	(ア)	答えを導く過程
(ア)	答えを導く過程		
問 3			

問 4			
問 5	<table border="1" style="width: 100%;"> <tr> <td style="width: 15%; text-align: center;">番号</td> <td>答えを導く過程</td> </tr> </table>	番号	答えを導く過程
番号	答えを導く過程		

問 1		
問 2		
問 3		
問 4	(ア)	理由
	(イ)	理由
	(ウ)	理由

問 4	(エ)	理由
	(オ)	理由
問 5	番号	理由
問 6	$W_{A \rightarrow B} =$, $W_{C \rightarrow D} =$	
問 7	番号	$Q =$
問 8	$e =$	